

**Prvi kolokvij iz Analize 1**  
28. november 2009

---

Priimek in ime: ..... Vpisna št.: 

--	--	--	--	--	--	--	--

---

1. [15%] Z indukcijo pokaži, da za vsako naravno število  $n$  velja:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = (2n - 2)2^n + 2.$$

2. [10%] Izračunaj limito:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

3. [25%] Funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  je podana s pravilom

$$f(x) = |2x + 1| - |x - 1|.$$

- (a) Čim bolj natančno nariši njen graf.
- (b) Utemelji ali je funkcija injektivna, ali je surjektivna? Določi njeno zalogo vrednosti.

4. [25%] Zaporedje  $(a_n)_n$  je podano s pravilom

$$a_n = \frac{2n^2 \sin(\frac{\pi}{3}n)}{n^2 - 2}.$$

- (a) Če obstajajo, določi  $\min a_n$ ,  $\inf a_n$ ,  $\max a_n$  in  $\sup a_n$ .
- (b) Določi stekališča zaporedja  $(a_n)_n$ . Ali je zaporedje konvergentno?

5. [25%] Zaporedje  $a_n$  je podano z začetnim členom  $a_1 = \sqrt{2}$  in rekurzivnim pravilom

$$a_{n+1} = a_n^2 - 2a_n + 2.$$

- (a) Nariši graf parabole  $y = x^2 - 2x + 2$  in izračunaj njeno teme.
- (b) Pokaži, da je zaporedje navzdol omejeno.
- (c) Pokaži, da je zaporedje padajoče.
- (d) Utemelji, da je zaporedje konvergentno in izračunaj njegovo limito.