

Drugi kolokvij iz Analize 1

11. januar 2008

1. Čim bolj natančno nariši graf funkcije

$$y = \frac{1 - \ln x}{x}.$$

Pri tem upoštevaj značilne točke funkcije in njeno obnašanje na robu definicijskega območja.

2. Dolg pločevinast trak (v obliki pravokotnika) simetrično prepognemo po krajši stranici tako, da nastane žleb, katerega prečni presek je narobe obrnjen enakokraki trapez brez zgornje osnovnice, spodnja osnovnica pa je enako dolga kot kraka. Kakšen kot morata oklepati kraka trapeza z osnovnico, da bo ploščina prečnega preseka žleba največja (in bo tako po njemu lahko teklo največ vode)?
3. Funkcija $z = z(x, y)$ zadošča enačbi

$$z^3 - yz + x - 1 = 0$$

in pogoju $z(1, 1) = 1$. Napiši Taylorjev polinom druge stopnje, ki ustreza razvoju funkcije okrog točke $(1, 1)$ (tj., zapiši Taylorjev razvoj za $z(1 + h, 1 + k)$ do kvadratnih členov).

4. Območje

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y \geq x^2, y \leq 4\}$$

leži nad parabolo $y = x^2$ in pod premico $y = 4$. Kje na območju D doseže funkcija

$$f(x, y) = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$$

svojo najmanjšo in kje največjo vrednost?