

Vaje: Funkcije več spremenljivk

1. Skiciraj naslednje podmnožice v \mathbb{R}^3 :

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

(b) $z^2 = x^2 + y^2$

(c) $z = x^2 + y^2$

(d) $x^2 - y^2 + z^2 = 1$

2. Izračunaj limite:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{x^2 + y^2}{2xy}$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 + y^2}$

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x + y}{x^2 + y^2}$

3. Za funkcijo $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$ izračunaj $xz_x + yz_y$.

4. Prevedi v polarne koordinate: $xz_x + yz_y$.

5. Poišči stacionarne točke:

(a) $z = x^3 + y^3 - 3xy$

(b) $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$

(c) $z = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 3 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

6. Poišči globalne ekstreme na danem območju:

(a) $z = x^2y(4 - x - y)$ na trikotniku, omejenem z $x = 0$, $y = 0$,
 $y = 6 - x$.

(b) $z = x^2 + (y - 1)^2$ na kvadratu z oglišči $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(3, 3)$,
 $D(-1, 3)$.

(c) $z = x^2 + (y - 1)^2$ na krogu $x^2 + y^2 \leq 2$,

7. Približno izračunaj $\sqrt{4.05^2 + 2.93^2}$.

8. Funkcija $z = z(x, y)$ ustreza enačbi

$$z^3 + yz - xy^2 - x^3 = 0 .$$

Razvij jo v Taylorjevo vrsto okrog točke $(1, 1)$.

9. Med kvadri z dano površino poišči tistega, ki ima največjo prostornino.
10. Poišči najvišje in najnižje ležečo točko na ploskvi

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z = 10 .$$