Vaje ANA1 išrm 1.Letnik 2013/14

Kazalo

1. Vaje IŠRM ANA1
Sreda 08.01.2014

(1) Z izračunom Taylorjevega polinoma (v potencah $(\frac{x}{a})$) v okolici točke 0 preveri do katere stopnje se ujemata funkciji

$$e^{\frac{x}{a}} \quad \text{in} \quad \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}.$$

(Nasvet: uporabi binomsko formulo)

(2) Izračunaj parcialne odvode $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$,... funkcije f:
 (a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 6xy$
 (b) $f(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$
 (c) $f(x,y) = \ln x + \sqrt{x^2+y^2}$
 (d) $f(x,y,z) = (xy)^z$
 (e) $f(x,y,z) = z^{xy}$.

(3) Pokaži, da je funkcija

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & ; \ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

parcialno odvedljiva po obeh spremenljivkah v točki $(0,0)$, ni pa zvezna v $(0,0)$.

(4) Pokaži, da je funkcija

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & ; \ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

zvezna in parcialno odvedljiva po obeh spremenljivkah v $(0,0)$, ni pa diferenciabilna v $(0,0)$.

(5) Izračunaj odvode funkcij, podanih s kompozicijo:
 (a) $\frac{dz}{dt}$ =?, če je $z = \frac{x}{y}$ in $x(t) = e^t$, $y(t) = \ln t$,
 (b) $\frac{du}{dt}$ =?, če je $u = xyz$ in $x(t) = t^2 + 1$, $y(t) = \ln t$ in $z(t) = \tan t$,
 (c) $\frac{\partial f}{\partial u}$ =?, $\frac{\partial f}{\partial v}$ =?, če je $f(x,y) = \arctan \frac{x}{y}$ in $x = u \sin v$, $y = u \cos v$,
 (d) $\frac{\partial f}{\partial x}$ =?, $\frac{\partial f}{\partial y}$ =?, če je $z = u^2$ in $u = xy + \frac{y}{x}$.

(6) Po Taylorjevi formuli razvij funkcijo

$$f(x,y) = -x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4$$

v okolici točke $(-2,1)$.

(7) Po Taylorjevi formuli do 3. reda razvij funkcijo

$$f(x,y) = e^x \sin y$$

v okolici točke $(0,0)$.

(8) Po Taylorjevi formuli do 4. reda razvij funkcijo

$$f(x,y) = \cos x \cos y$$

v okolici točke $(0,0)$.

(9) Naj bo višina valja $h = 2 \pm 0.1$ in polmer valja $r = 1 \pm 0.2$. S pomočjo Taylorjeve formule (1.red) oceni napako, s katero je določen volumen valja.

(10) Naj bo $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dana s predpisom $f(x,y) = (x-1)^2 + 2y^2$. Analiziraj ekstremne točke funkcije f.