Vaje ANA1 išrm 1.Letnik 2014

Kazalo

1. Vaje IŠRM ANA1
Sreda 23.10.2014 2

1. Vaje IŠRM ANA1
Sreda 23.10.2014

(1) Poišči primer zaporedja v $\mathbb{R}$, ki zadošča pogoju:
   (a) zaporedje je omejeno
   (b) zaporedje je navzgor in navzdol neomejeno
   (c) zaporedje ima natanko 1 stekališče ter je navzgor in navzdol neomejeno
   (d) zaporedje ima natanko 3 stekališča
   (e) zaporedje ima $\mathbb{N}$ za množico stekališč
   (f) zaporedje ima $\mathbb{Q}$ za množico stekališč
   (g) zaporedje ima $\mathbb{R}$ za množico stekališč

(2) Neposredno po definiciji limite pokaži, da je limita zaporedja $a_n = \frac{3n+1}{2n+3}$ enaka $\frac{3}{2}$. Od katerega $n \in \mathbb{N}$ naprej ležijo vsi členi zaporedja a_n znotraj intervala $(\frac{3}{2} - 0.01, \frac{3}{2} + 0.01)$.

(3) Pokaži, da je zaporedje $a_n = \frac{n}{2^n}$ monotono padajoče in izračunaj njegovo limito. Od katerega $n \in \mathbb{N}$ naprej so vsi členi zaporedja na razdalji $\leq 10^{-3}$ od limite?

(4) Ali so konvergentna naslednja zaporedja
   (a) $a_n = \frac{n(1+(-1)^n)+1}{n+1}$
   (b) $a_n = 1 + \frac{n}{n+1} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$
   (c) $a_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{1}{n}$
   (d) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{2n}}$

(5) Vsako realno število $x \in [0, 1)$ na enoličen (cifra 9 se ne sme od nekod naprej v neskončnost ponavljati) način predstavimo z decimalnim zapisom $x = 0.c_1c_2c_3\ldots$. Vsak $x = 0.c_1c_2c_3\ldots \in [0, 1)$ nam da naslednje zaporedje:

$$x_1 = 0.c_1c_2c_3c_4\ldots$$
$$x_2 = 0.c_2c_3c_4\ldots$$
$$x_3 = 0.c_3c_4\ldots$$

itd. Poišči vsa števila x, pri katerih opisano zaporedje konvergira.

(6) Pokaži, da je zaporedje $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}$ monotono narščujoče in navzgor omejeno ter izračunaj njegovo limito.

(7) Poišči limito zaporedja $a_n = \frac{n!}{(2n+1)!!}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. (Pokaži, da je padajoče, navzdol omejeno z 0 in od tod sklepaj na limito)