

Vaje: Taylorjev polinom

1. Napiši Taylorjev polinom stopnje n funkcije f okrog točke x_0 :

(a) $f(x) = x^{-5}, x_0 = 1$

(b) $f(x) = \frac{x}{x-1}, x_0 = 2$

(c) $f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}$

(d) $f(x) = \sqrt{1+x}, x_0 = 0$

(e) $f(x) = \sqrt{1+x^2}, x_0 = 0$

(f) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}, x_0 = 0$

(g) $f(x) = \frac{x+1}{(1-x)^3}, x_0 = 0$

2. Napiši Taylorjev polinom stopnje n funkcije $\arctg x$ okrog 0. Nato izračunaj $\arctg^{(n)}(0)$.

3. Kolikšno napako naredimo, če funkcijo $\cos x$ aproksimiramo s Taylorjevim polinomom druge stopnje in vzamemo $|x| < \frac{1}{2}$? Polinom katere stopnje je treba vzeti, da bo napaka manjša od 10^{-3} ?

4. Izračunaj limite:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{x^3}{1+x^{-1}} \ln(1+x^{-1}) \right)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin x - \sin(ax)}{x^2 \sin x}$

5. Izračunaj vsoti:

(a) $\frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$

(b) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots$