Vaje: Zaporedja

1. Ali je konvergentno zaporedje $(a_n)_n$, podano s pravilom
$$a_n = \frac{n^4}{1,001^n}?$$

2. Ali je konvergentno zaporedje $(a_n)_n$, podano s pravilom
$$a_n = \frac{100^n}{n!}?$$

3. Pokaži, da je zaporedje $(a_n)_n$, podano s pravilom $a_n = \sqrt[n]{n}$, konvergentno in izračunaj njegovo limito.

4. Zaporedje $(a_n)_n$ je podano z rekurzivnim pravilom
$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = 1 + \tfrac{1}{5}a_n^2.$$
Pokaži, da je konvergentno in poišči njegovo limito. Kako je konvergenca zaporedja odvisna od začetnega člena a_1?

5. Ali je konvergentno rekurzivno podano zaporedje
$$a_1 = 0,\ a_{2n} = \tfrac{1}{2}a_{2n-1},\ a_{2n+1} = a_{2n} + \tfrac{1}{2}?$$

6. Pokaži, da zaporedje $a_n = \sqrt[n]{n!}$ naraščajoče in divergentno.

7. Pokaži, da zaporedje
$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n}}$$
naraščajoče in divergentno.

8. Poišči eksplicitno pravilo za splošni člen Fibonaccijevega zaporedja.

9. Določi množico stekališč in za vsako od stekališč poišči podzaporedje, ki k temu stekališču konvergira:

   (a) $a_n = (-1)^n - 1$;

(b) $a_n = 1 + \frac{n}{n+1} \cos \frac{n\pi}{2}$;

(c) $(a_n)_n$; $\{a_n;\ n \in \mathbb{N}\} = \mathbb{Q}$.

10. Pokaži, da je konvergentno zaporedje

$$a_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2}}}$$

(n dvojk) in določi njegovo limito.

11. Pokaži, da je zaporedje

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$$

konvergentno in izračunaj njegovo limito.