

Vaje ANA1 išrm 1.Letnik 2014

KAZALO

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1. Vaje IŠRM ANA1
Sreda 12.11.2014 | 2 |
|---------------------------------------|---|

1. VAJE IŠRM ANA1
SREDA 12.11.2014

- (1) Neposredno po definiciji limite funkcije preveri, da velja

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 4x - 6}{x - 1} = 8.$$

- (2) Skiciraj, oz. opiši primere funkcij $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ z naslednjimi lastnostmi:

- (a) funkcija je zvezna povsod, razen v točki $x = 0$,
- (b) funkcija je zvezna povsod, razen v točkah $x \in \mathbb{N}$,
- (c) funkcija, ki ni zvezna nikjer,
- (d) funkcija je zvezna povsod, razen v točkah $x = \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$

- (3) Izračunaj limite

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$
- (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$

- (4) Pokaži, da velja

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e.$$

- (5) Izračunaj limite

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} x \log x$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{2}{\sin x}}$

- (6) Določi definicijsko območje danih (zveznih) funkcij in preveri, če jih lahko zvezno razširiš na večje območje:

- (a) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}-1}$
- (b) $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$

- (7) Naj bosta $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zvezni funkciji in naj velja

$$f(x) = g(x) \quad \forall x \in \mathbb{Q}.$$

Pokaži, da je potem $f(x) = g(x)$ za vsak $x \in \mathbb{R}$.

- (8) Naj bo $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Pokaži, da velja:

- obstaja $u \in [0, 1]$, da je $f(u) = u$,
- če je $f(0) = f(1) = 0$, potem obstaja $u \in [0, 1]$, da je $f(u + 1/2) = f(u)$.

- (9) Poišči definicijska območja funkcij dveh spremenljivk in skiciraj graf funkcije

- (a) $f(x, y) = \frac{(x^2 - y^2)^2}{x^2 + y^2}$
- (b) $f(x, y) = \log(x + y + \sqrt{x^2 + y^2})$

(10) Obravnavaј zveznost funkcij dveh spremenljivk

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2+y^2}$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \log(x^2 + y^2)$