

4. izpit iz Analize 2 UNI

20. september 2006

1. Krivulja je podana v parametrični obliki z enačbama

$$x(t) = \sin 2t, \quad y(t) = \sin t.$$

- (a) Ali je krivulja sklenjena? Zakaj?
- (b) Določi točke, kjer je tangenta na krivuljo vzporedna osi x , ter točke, kjer je tangenta na krivuljo vzporedna osi y .
- (c) Ali krivulja seka samo sebe? Če se, izračunaj točke, v katerih se to zgodi.
- (d) Krivuljo čim bolj natančno nariši.

2. Dano je območje v kompleksni ravnini

$$D = \{z \in \mathbb{C} : |z - \sqrt{3}| < 2, |z + \sqrt{3}| < 2, \operatorname{Im}(z) > 0\}.$$

ter preslikava

$$f(z) = \frac{z+i}{z-i}$$

- (a) Nariši območje D .
- (b) Kam se s preslikavo $f(z)$ preslikata krožnici $|z - \sqrt{3}| = 2$ in $|z + \sqrt{3}| = 2$? Kam se preslika realna os?
- (c) Določi območje, kamor $f(z)$ preslika območje D .
- (d) [+10 točk] Določi območje, kamor se območje D preslika s preslikavo

$$g(x) = -i \left(\frac{z+i}{z-i} \right)^3.$$

3. Razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke 1 funkcijo

$$f(x) = \frac{1+x}{2-x}.$$

Določi tudi območje konvergencije dobljene vrste.

Nasvet: vpelji novo spremenljivko $t = x - 1$.

4. V ravnini sta dani dve točki $A(0, 0)$ ter $B(1, 0)$. Tretja točka, točka C , leži na krivulji K , ki je dana implicitno z enačbo $x^2 + 4y^2 = 4$.

- (a) Opiši krivuljo K .
- (b) Kje na krivulji K moramo izbrati točko C , da bo ploščina trikotnika $\triangle ABC$ največja?
- (c) Kje na krivulji K moramo izbrati točko C , da bo obseg trikotnika $\triangle ABC$ najmanjši?

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so po točkah enakovredne.

Odgovore je treba natančno utemeljiti!

Rezultati bodo objavljeni na <http://matematika.fri.uni-lj.si/ana2uni>