

Fakulteta za računalništvo in informatiko
3. izpit iz Analize 2 UNI

1. 9. 2006

Ime in Priimek:

Vpisna številka:

Naloga 1. Krivulja v ravnini je podana z enačbo

$$r(\phi) = 2 + \cos(2\phi) .$$

- a) Skiciraj krivuljo.
- b) Poišči točke na krivulji, ki so najbolj oddaljene od izhodišča, ter tiste, ki so najmanj oddaljene od izhodišča.
- c) V katerih točkah je krivulja vzporedna z y osjo?

Naloga 2. Dana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = \log \sqrt{e^2 - x^2 - y^2}.$$

- a) Skiciraj definijsko območje funkcije f .
- b) Poišči in klasifikacij ekstremne funkcije f .
- c) Skiciraj nekaj nivojnic in ploskev, določeno z grafom funkcije f .

Naloga 3. Funkcija f je podana z vrsto:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \quad (1)$$

- a) Določi definicijsko območje funkcije f (drugače povedano: ugotovi, za katere x vrsta konvergira)
- b) Odvajaj funkcijsko vrsto (ne pozabi komentirati, zakaj to lahko storiš), dobljeno vrsto seštej in rezultat integriraj.
- c) Izrazi funkcijo f z elementarnimi funkcijami.

Naloga 4. Zapiši lomljeno linearno kompleksno transformacijo ψ , ki območje $D = \{z \in \mathbb{C}, |z| > 1\}$ preslika bijektivno na območje $D' = \{z \in \mathbb{C}, |z + i - 1| < 2 \text{ in } z \neq 1 - i\}$. Pri razmisleku si lahko pomagaš z reševanjem spodnjih podproblemov.

- a) Skiciraj območji D in D' .
- b) Konstruiraj kompleksno preslikavo h , ki območje D preslika na enotsko krožnico brez izhodišča.
- c) Konstruiraj kompleksno preslikavo g , ki preslika enotsko krožnico v krožnico s polmerom 2 in središčem v izhodišču.
- d) Konstruiraj kompleksno preslikavo f , ki preslika središče koordinatnega sistema v točko $1 - i$.
- e) Zapiši kompozitum preslikav f, g in h ter utemelji, zakaj je ta kompozitum ravno iskana preslikava ψ .