

ANALIZA II - teoretični izpit

17. julij 2005

1. Zapišite enačbo tangente na parametrizirano krivuljo $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$ v točki $t = t_0$ v

- (a) parametrični obliki
- (b) eksplicitni obliki

Za krivuljo $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^3)$:

- (a) določite točke (če obstajajo), v katerih tangenta ne obstaja,
- (b) določite točke (če obstajajo), v katerih je tangenta vodoravna
- (c) določite točke (če obstajajo), v katerih je tangenta vzporedna vektorju $\mathbf{v} = (1, 3/2)$ in zapišite enačbo tangente
- (d) krivuljo približno narišite.

2. Dana je funkcija kompleksne spremenljivke $f(z) = (z + 1)^2$.

- (a) Zapišite njen realni in imaginarni del.
- (b) Poiščite sliki $f(i)$ in $f(\frac{1}{-1+i})$.
- (c) Narišite množici $D = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z \geq -1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$ in $f(D)$.

3. (a) Zapišite definicijo delnih vsot S_N in pa vsote S vrste $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- (b) Naj bo zaporedje u_n dano rekurzivno s predpisom $u_0 = 1, u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + u_{n-1}, n > 1$
Izračunajte vsoto vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{u_{n-1}u_{n+1}}$.

4. Funkcija $f(x)$ je vsota potenčne vrste $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} (x-1)^n$. Določite njeno definicijsko območje in zapišite vrednosti $f(1)$, $f'(1)$ in $f^{(15)}(1)$.

5. Zapišite definicijo parcialnega odvoda $f_x(a, b)$ in pa gradienta ($\text{grad}f(a, b)$) funkcije $f(x, y)$.

Zapišite odvod $f_x(x, y)$ in gradient $(\text{grad}f)(x, y)$ funkcije $f(x, y) = \text{arctg}(y/x)$. V kateri smeri se morate premakniti iz točke $(1, 1)$, da se bo funkcijska vrednost $f(x, y)$ najhitreje spremenila?