

ANALIZA II - UNI

Izpit iz teorije

27. junij 2007

1.
 - Zapišite smerni vektor tangente na krivuljo $x = x(t), y = y(t)$ v točki $x_0 = x(t_0), y_0 = y(t_0)$.
 - Kakšen je smerni vektor v točkah, kjer je tangenta na krivuljo vodoravna in v kakšen v točkah, kjer je navpična?
 - Na krivulji $x(t) = t^2 + 2t, y(t) = t^3 - 3t$ določite vse točke, kjer je tangenta vodoravna, in točke, kjer je tangenta navpična.
 - Ali ima krivulja $x(t) = t^2 + 2t, y(t) = t^3 - 3t$ tangento v točki, kjer je $t = -1$? Poizkusite izračunati njen smerni koeficient!

2.
 - Kaj je polarni zapis števila $z \in \mathbb{C}$? Zapišite števili $z = -1 + i$ in $z = -4i$ v polarnem zapisu.
 - Zapišite de Moivrovo pravilo za potenciranje kompleksnih števil v polarnem zapisu.
 - Narišite območje $D = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \leq \operatorname{Re} z\}$ in ga opišite v polarnem koordinatnem sistemu.
 - Narišite sliki območja D s preslikavama $f(z) = z^2$ in $f(z) = \bar{z}$.

- 3.
- Zapišite Taylorjevo vrsto za funkcijo $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ okrog točke $a = 0$ in določite njeno območje konvergence.
Lahko si pomagate z znanim razvojem $\sin x = x - x^3/(3!) + \dots + (-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)! + \dots$.
 - Približno izračunajte vrednost $f(0.1)$, tako da upoštevate tri neničelne člene vrste. Znete oceniti napako?
 - Zapišite še Taylorjevo vrsto funkcije $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ in določite še njeno območje konvergence.

4. Naj bo $f(x, y)$ diferenciable funkcija.

- Zapišite definicijo vektorja $(\text{grad } f)(a, b)$?
- Zapišite gradient funkcije $f(x, y) = xy(1 - x - y)$ v točki $(-1, 2)$.
- Ali se bo funkcijska vrednost povečala ali pomajjšala ob majhnem premiku iz točke $(-1, 2)$ v smeri osi x ? Kaj pa ob majhnem premiku v smeri osi y ?
- Poiščite največjo vrednost funkcije $f(x, y)$ na premici $x + y = 2$.