

ANALIZA II - UNI

Izpit iz teorije

18. junij 2007

1. Opišite polarni koordinatni sistem v ravnini, geometrijski pomen polarnih koordinat in zvezo med polarnima in kartezičnima koordinatama. Lahko si pomagate s sliko.

Krivulja je podana v polarnih koordinatah s predpisom $r(\varphi) = 1/\varphi$.

- (a) Dokažite, da ima vodoravno asimptoto in jo poiščite.
- (b) Krivuljo približno narišite.
- (c) Zapišite enačbo tangente v točki $\varphi = \pi/2$.

2. Zapišite de Moivrovo formulo za potenciranje kompleksnih števil v polarni obliki.

Dano je število $z_0 = 1/2 - i/2$

- (a) Zapišite število z_0 v polarni obliki.
- (b) Izračunajte potence $(z_0)^n$, $n = 2, 3, 4, 5$.
- (c) Kaj lahko poveste o zaporedju $(z_0)^n$? Kaj se dogaja, ko gre $n \rightarrow \infty$?

3. Zapišite Taylorjevo vrsto za funkcijo $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ okrog točke $a = 0$ in določite njeno območje konvergence (lahko si pomagata z znanim razvojem $e^x = 1 + x + x^2/2 + \dots + x^n/(n!) + \dots$).

Približno izračunajte vrednost $f(0.1)$, tako da upoštevate tri neničelne člene vrste. Znete oceniti napako?

Zapišite še Taylorjevo vrsto funkcije $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ in določite še njeno območje konvergence.

4. Določite nivojsko krivuljo funkcije $f(x, y) = x^2 - xy + y^3$, ki gre skozi točko $(1, 1)$. Zapišite vektor v smeri normale na to krivuljo v točki $(1, 1)$.

Zapišite smerni odvod funkcije $f(x, y)$ v točki $(1, 1)$ v smeri krajevnega vektorja te točke (torej v smeri vektorja $(1, 1)$).

Ali se bo funkcijska vrednost povečala ali pomanjšala, če je malo premaknete iz točke $(1, 1)$ smeri njenega krajevnega vektorja?