

# 1. kolokvij iz Analize 2 UNI

6. april 2005

1. Krivulja je podana v parametrični obliki

$$x = \frac{1}{1+t^2}, \quad y = \frac{t}{1+t^2}.$$

- (a) Poišči tangento pri  $t = 2$ .
- (b) Pri katerih vrednostih  $t$  je tangenta vzporedna osi  $x$ ?
- (c) Poišči presečišča krivulje s premico

$$2x + 4y + 1 = 0.$$

- (d) **[Dodatnih 5 točk]** Dokaži, da je krivulja krožnica (brez ene točke) ter izračunaj njeno središče in polmer.

2. Naj bo  $C$  krivulja dana v polarni obliki s predpisom

$$r(\varphi) = 2 \sin \varphi + 3$$

- (a) Poišči vrednosti  $\varphi$ , pri katerih je razdalja med krivuljo in izhodiščem koordinatnega sistema največja in vrednosti  $\varphi$ , pri katerih je ta je razdalja najmanjša.
- (b) Približno nariši krivuljo  $C$ .
- (c) Izračunaj ploščino območja, ki ga omejuje  $C$ .

3. **[Smer RI]** Za vsako od spodnjih enačb določi množico točk v kompleksni ravnini, ki ji zadoščajo.

- (a)  $(z - \bar{z})^2 = z - 2i$
- (b)  $(3 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = 1$

3. **[Smer IŠRM]** Izrazi  $\cos((2n+1)x)$  s  $\cos x$ . Primer:  $\cos(3x) = \cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x) \cos x$ .

Nasvet: Pomagaj si s polarnim zapisom kompleksnega števila  $e^{i(2n+1)x}$ . Uporabi tudi binomski izrek  $(a+b)^m = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} a^k b^{m-k}$ .

4. Naj bo

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 0, \operatorname{Im}(z) > 0\},$$
$$B = \{z \in \mathbb{C} : |z - \frac{1}{2}| < 1, \operatorname{Im}(z) > 0\}.$$

- (a) Določi sliko množice  $A$  s preslikavo  $g(z) = \frac{z-i}{z+1}$ .
- (b) **[Dodatnih 15 točk]** Poišči linearno ulomljeno preslikavo  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , ki  $A$  preslika v  $B$ .

*Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so po točkah enakovredne.*

*Odgovore je treba natančno utemeljiti!*

*Rezultati bodo objavljeni na <http://matematika.fri.uni-lj.si/ana2uni>*