

# 1. kolokvij iz Analize 2, UNI

9. APRIL 2008

**Navodilo:** VSE ODGOVORE DOBRO UTEMELJI! Vsako nalogo rešuj na ločeno stran pole. Naloge so enakovredne. Čas reševanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci in formulami. Srečno!

1. Krivulja v ravnini je parametrizirana kot

$$x(t) = t^2 - 1 \quad \text{in} \quad y(t) = t^3 - t^2 - t + 1.$$

- Poišči točke na krivulji, v katerih je tangenta na krivuljo vzporedna  $x$ -oziroma  $y$ -osi.
  - Zapiši enačbi obeh tangent na krivuljo v koordinatnem izhodišču.
  - Skiciraj krivuljo.
  - Izračunaj ploščino zanke, ki jo opiše krivulja.
2. Krožnica  $K$  ima središče v točki  $S(r, 0)$ , kjer je  $r > 0$ , in gre skozi izhodišče koordinatnega sistema. Poišči enačbo te krožnice **v polarni obliki** in z uporabo tega opisa izpelji formulo za ploščino kroga.
3. Lomljena linearna transformacija  $\varphi: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  preslika

$$2 \mapsto 0, \quad 1 + i \mapsto 1 \quad \text{in} \quad \infty \mapsto -i.$$

- Poišči predpis za ta  $\varphi$ .
- Kam preslika  $\varphi$  območje

$$D = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| > 1, |z - 2| < 2\}?$$

Skiciraj območji  $D$  in  $\varphi(D)$ !

4. Dana je vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-1)^n a^n}{2^n}.$$

- Za katera realna števila  $a$  vrsta konvergira?
- Izračunaj vsoto te vrste, ko konvergira.
- (**dodatno**) Utemelji, zakaj lahko pri zgornji vrsti zamenjamo vrstni red seštevanja.