

## 2. kolokvij iz Analize 2 UNI

30. maj 2005

1. Dana je funkcija  $f(x, y) = \frac{1}{2 - 2x + x^2 + 2y^2}$ .

- (a) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije  $f$ .
- (b) Določi nivojnice pri  $f(x, y) = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$ .
- (c) Skiciraj graf funkcije v prostoru.

2. Za vsako od spodnjih vrst odloči ali je konvergentna ali divergentna. Če je konvergentna, izračunaj njeno vsoto.

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-3)^n}{6^n}$

(b)  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \log n \log(\log n)}$

3. **Smer RI.** Razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke 0 funkcijo

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 5x + 6}.$$

3. **Smer IŠRM.**

(a) Naj bo  $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$  vrsta s pozitivnimi členi, ki zadoščajo neenakosti

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} \geq 1 - \frac{1}{n}.$$

Dokaži, da vrsta divergira.

(b) Ali konvergira naslednja vrsta?

$$\frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2n)} + \dots$$

4. Med kvadratnimi parabolami oblike  $y = ax(b-x)$ , kjer je  $a > 0$ , ki gredo skozi točko  $T(1, 1)$ , najdi tisto, ki z  $x$ -osjo oklepa najmanjšo ploščino.

Uporabi Langrange-ovo metodo!

- (a) Zapiši ploščino območja med krivuljo in  $x$ -osjo kot funkcijo parametrov  $a$  in  $b$ . Zapiši še pogoj, ki povezuje  $a$  in  $b$ .
- (b) Reši problem vezanih ekstremov iz točke a).

*Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so po točkah enakovredne.*

*Odgovore je treba natančno utemeljiti!*

*Rezultati bodo objavljeni na <http://matematika.fri.uni-lj.si/ana2uni>*