

Vaje od 3. 3. 2008 do 7. 3. 2008

1. Graf funkcije $z = \frac{1}{x}$ na intervalu $[1, \infty)$ zavrtimo okrog x -osi. Ali ima dobljena ploskev končno površino? Izračunaj še volumen (neomejenega) telesa, ki ga določa ta ploskev in ravnina $x = 1$.

2. Ploskvi, ki jo dobimo, ko elipso z enačbo

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

zavrtimo okrog x -osi, pravimo *rotacijski elipsoid*. Izpelj formulo za volumen telesa, ki ga ta ploskev omejuje. Poskusi izračunati še površino za $a = 2$ in $b = 1$.

3. *Torus* ali *svitek* je vrtenina, ki jo dobimo, ko krožnico z radijem $r > 0$ in središčem v točki $(R, 0)$ v (x, z) -ravnini zavrtimo okrog z -osi (tu je $R > r$). Parametriziraj to krožnico in (z uporabo parametrizacije) izpelji formuli za površino in volumen torusa. Ali bi lahko ti dve formuli tudi uganil?

4. V polarnem zapisu podaja predpis

$$r(\varphi) = 2a(1 - \cos \varphi)$$

krivuljo, ki ji pravimo *kardioida* ali *srčnica* (to je primer epicikloide, pri kateri imata obe krožnici polmer enak a). Izračunaj volumen vrtenine, ki jo dobimo, ko to krivuljo zavrtimo okrog osi $\varphi = 0$.

5. V (x, y) -ravnini je krivulja dana implicitno z enačbo

$$2x^2 + y^2 + 4x - 8y + 14 = 0.$$

Skiciraj to krivuljo in poišči njeno parametrizacijo. Pomagaj si s translacijami koordinatnega sistema.

6. S primerno rotacijo koordinatnega sistema poskrbi, da bo v enačbi

$$3x^2 - 10xy + 3y^2 + 8 = 0$$

izginil mešani člen. Skiciraj krivuljo dano z zgornjo enačbo!

7. Skiciraj krivuljo, ki je določena z enačbo

$$41x^2 + 24xy + 34y^2 + 30x - 40y - 25 = 0.$$

Namig: Najprej se s primerno rotacijo koordinatnega sistema znebi mešanega člena.