

Vaje od 10. 3. 2008 do 14. 3. 2008

1. Podana je enačba $x^3 + y^3 - x - y = 0$.

- (a) Katere od točk $(1, 0)$, $(2, 2)$, $(-2, 2)$ ležijo na krivulji, ki jo v ravnini podaja ta enačba?
- (b) Pokaži, da krivulja vsebuje simetralo sodih kvadrantov.
- (c) Določi enačbo tangente na krivuljo v točki $(0, 1)$.

2. Izračunaj vrednost izraza

$$(1+i)^3 + i^{2008} - \left|1+i\sqrt{3}\right| \frac{2+i}{1-i} - (1-2i)\overline{(2+i)}$$

3. Določi in nariši naslednje podmnožice kompleksne ravnine:

- (a) $|z| = 1$
- (b) $\bar{z} = 2+i$
- (c) $|z - 3 + 2i| \leq 2$
- (d) $\Re(z) + \Im(z^2) = 2$
- (e) $|z - 2| \leq |z|$

4. Dani sta kompleksni števili $z = 1+i$ ter $w = 1-i\sqrt{3}$.

- Izračunaj in nariši kompleksna števila z , z^2 , z^3 , z^4, \dots, z^8 .
- Izračunaj z^{2008} in w^{2008} .
- Izračunaj in nariši vse pete korene števila z ter četrte korene števila w .

5. Reši naslednje enačbe nad kompleksnimi števili.

- (a) $z^3 - z^2 + z - 1 = 0$
- (b) $\bar{z} - 2iz = 1+i$
- (c) $\bar{z} - iz^2 = 0$
- (d) $z\bar{z} + 1 = 0$
- (e) $z = 1 + \bar{z}$
- (f) $(z-1)^{10} = z^{10}$

6. Dokaži, da je $\arctan(1/2) + \arctan(1/3) = \frac{\pi}{4}$.

7. Naj bosta $a > 0$ in $b > 0$ pozitivni števili. Skiciraj krivuljo v kompleksni ravnini, ki je podana z enačbo

$$z(t) = e^{at} e^{ibt} .$$