

Vaje od 17. 3. 2008 do 21. 3. 2008

1. Opiši geometrijski pomen naslednjih preslikav kompleksne ravnine vase.

$$a) \quad f(z) = z + w, \quad w \in \mathbb{C}$$

$$b) \quad f(z) = \alpha z, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$c) \quad f(z) = ze^{i\frac{\pi}{2}}$$

2. Kam preslikajo spodnje preslikave kompleksne ravnine območje

$$D = \{z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(z) \geq 0 \text{ in } 0 < \operatorname{Arg}(z) \leq \frac{\pi}{4}\} ?$$

$$a) \quad z \mapsto z + 1 + 2i \quad b) \quad z \mapsto ze^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$c) \quad z \mapsto z^2 \quad d) \quad z \mapsto \sqrt{z}$$

3. Zapiši preslikavo kompleksne ravnine $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, ki bo ravnino zavrtela okoli izbrane točke $w \in \mathbb{C}$ za izbrani kot φ .

Posebej: Katero točko dobimo, če zavrtimo točko $4 + 4\sqrt{3}i$ okoli točke $3 + 3i$ za kot $\frac{\pi}{6}$?

4. Poišči lomljeno linearno transformacijo, ki preslika točko i v neskončnost, neskončnost v 2, točko $1 + 3i$ pa v točko $1 + i$

5. Poišči lomljeno linearno transformacijo, ki preslika izhodišče kompleksne ravnine v točko $z_1 = 1$, neskončnost v izhodišče, točko i pa v točko $z_3 = 1 + i$.

Namig: Kaj ko bi najprej poiskal inverz iskane preslikave?

6. Poišči lomljeno linearno transformacijo, ki preslika točko 1 v i , točko $1 + i$ v 3, točko i pa v točko $1 - i$

7. Določi območje kompleksne ravnine, kamor preslikava $\varphi : z \mapsto \frac{6i+3iz}{2-z}$ preslika območje

$$D = \{z \in \mathbb{C}; \quad 1 < |z| < 2\}?$$

8. Določi območje kompleksne ravnine, kamor preslikava $\varphi : z \mapsto \frac{z-10}{2z-5}$ preslika območje

$$D = \{z \in \mathbb{C}; \quad 0 < \operatorname{Im}(z) < \operatorname{Re}(z)\}.$$

9. Kam preslika preslikava $\varphi : z \mapsto \frac{2z-6}{z+3}$ območje

$$D = \{z \in \mathbb{C}; \quad \operatorname{Re}(z) > 0 \text{ in } |z - 5| > 4\}?$$

10. Naj bosta A in B podmnožici kompleksne ravnine, podani z naslednjima pogojevma.

$$A = \{z \in \mathbb{C}; \quad |z + i| > \sqrt{2} \text{ in } |z| < 1\}$$

$$B = \{z \in \mathbb{C}; \quad 0 < \operatorname{Re}(z) < \operatorname{Im}(z)\}$$

- (a) Skiciraj množici A in B .

- (b) Najdi lomljeno linearno transformacijo kompleksne ravnine, ki preslika množico A na množico B .