Vaje od 25. 3. 2008 do 31. 3. 2008

1. Določi območje, kamor preslikava $f(z) = e^{z^2}$ v kompleksni ravnini preslika območje $D = \{z \in \mathbb{C}\backslash\{0\};\ 0 < \mathrm{Arg}(z) < \frac{\pi}{4}\}$.

2. Določi območje, kamor preslikava $f(z) = \frac{e^z+1}{e^z-1}$ v kompleksni ravnini preslika območje $D = \{z \in \mathbb{C};\ 0 < \mathrm{Im}(z) < 2\pi, \mathrm{Re}(z) < 0\}$.

3. Določi območje, kamor preslikava $f(z) = \cos z$ v kompleksni ravnini preslika premico $\mathrm{Im} z = 1$.

4. Določi imaginarni del kompleksnega števila $\frac{1}{1-e^z}$.

5. Poišči vse kompleksne rešitve enačb:

   (a) $e^{z^2} = 1$

   (b) $\sin z = 2$

6. Ugotovi, ali naslednje vrste konvergirajo:

   (a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

   (b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} 2^n \sin \frac{1}{3^n}$

   Namig: Uporabi dejstvo, da je $\sin x < x$ za pozitivne x.

   (c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n+a}}$, $a > 0$

   (d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

   Namig: Uporabi lastnost logaritemske funkcije, da je $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$.

7. S pomočjo integralskega kriterija pokaži, da

   (a) vrsta $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ divergira,

   (b) vrsta $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ konvergira,

   (c) vrsta $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$ konvergira.

   Kaj lahko sedaj poveš o konvergenci naslednjih vrst?

   (a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$

   (b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$