

Analiza 2

9. sklop nalog

Potenčne vrste in Taylorjeva vrsta

(2) Določi območje konvergence danih potenčnih vrst, nato pa še izračunaj njuni vsoti:

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n},$$

(b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{(n+1)!}.$$

(3) Določi območje konvergence in izračunaj vsoto potenčne vrste

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1},$$

nato pa še vsoto vrste

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

(4) Razvij dani funkciji v Taylorjevo vrsto okoli točke $a = 0$:

(a)
$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x},$$

(b)
$$f(x) = \frac{1}{2-3x+x^2}.$$

(5) Dana je funkcija $f(x) = \frac{1}{(1-x)^k}$, kjer je k naravno število. Pokaži, da je razvoj funkcije f v Taylorjevo vrsto okoli točke $a = 0$ enak

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{k+n-1}{n} x^n.$$

(6) Razvij funkcijo

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke $a = 0$.