

Analiza 2

11. sklop nalog

Fourierova vrsta

(1) Razvij naslednji funkciji v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$:

- (a) $f(x) = x$,
- (b) $f(x) = |x|$.

(2) Dana je funkcija $f(x) = \begin{cases} 1 & ; 0 < x \leq \pi, \\ 0 & ; x = 0, \\ -1 & ; -\pi \leq x < 0. \end{cases}$

- (a) Razvij funkcijo f v kompleksno obliko Fourierove vrste na intervalu $[-\pi, \pi]$.
- (b) Razvij funkcijo f v realno obliko Fourierove vrste na intervalu $[-\pi, \pi]$.

(3) Dana je funkcija $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- (a) S pomočjo razvoja funkcije $\operatorname{ch} x$ v Fourierovo vrsto pokaži, da za vsak $x \in [-\pi, \pi]$ velja

$$\operatorname{ch} x = \frac{\operatorname{sh} \pi}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1+k^2} e^{ikx}.$$

- (b) Izračunaj vsoto

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}.$$

(4) Razvij naslednje funkcije v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$:

- (a) $f(x) = \sin x + 0.1 \sin 5x$,
- (b) $f(x) = \sin x \cos x$,
- (c) $f(x) = \cos^2 x$.

(5) Dana je funkcija $f(x) = x^2$ na intervalu $[0, L]$ za nek $L > 0$. Razvij funkcijo f v Fourierovo sinusno in kosinusno vrsto.