

Prvi kolokvij - ANA3(IŠRM)

25.11.2010

1. a) Pokaži, da je z enačbo $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz + 3 = 0$ v okolici točke $(x, y) = (1, -1)$ podana natanko ena funkcija $z(x, y)$ z lastnostjo $z(1, -1) = 1$.

- b) Skiciraj množico točk v katerih preslikava $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$f(x, y) = (x^2 + y^2, 2xy \cos(\pi(x^2 + y^2)))$$

ni lokalni difeomorfizem.

- c) Pokaži, da je $T(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ stacionarna točka funkcije $z \circ f$.

2. a) Skiciraj ploskev Σ podano s predpisom $z = \ln(x^2 + y^2)$.
- b) Krivulja K je podana kot množica točk na ploskvi Σ , ki zadošča zvezi $r = e^\varphi$ (cilindrične koordinate). Skiciraj krivuljo K na ploskvi Σ . Nasvet: Pomagaj si tako, da najprej skiciraš projekcijo krivulje v ravnini x, y .
- c) Pokaži, da v vsaki točki krivulje K sovpadata pritisnjena ravnina na K in normalna ravnina na ploskev Σ . Določi enačbo te ravnine v točki $T(1, 0, 0)$.

3. S predpisom

$$F(a) = \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos(ax)}{x} e^{-x} dx$$

je dobro definirana realna funkcija. Poišči njen zapis z elementarnimi funkcijami.

4. Pokaži, da je s sistemom

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz - 4 = 0$$

$$\sin(\pi xyz) = 0$$

določen natanko en par funkcij $y(x)$, $z(x)$, definiranih na okolici točke $x = 1$, z lastnostjo $y(1) = 1$, $z(1) = 2$. Pokaži, da je funkcija $y(x)$ v okolici točke $x = 1$ padajoča, funkcija $z(x)$ pa ima v tej točki lokalni maksimum.