S pomočjo verižnega pravila poišči Jacobijevo matriko preslikave $g \circ f$ v dani točki.

a) $f(x,y,z) = x + y^2 - xye^{zx}$, $g(x) = (x^2, \sqrt{x^2+9})$ v T(1,-1,0)

b) $f^3 + yf - xy^2 - x^3 = 0$ ($f = f(x,y)$ je podana implicitno), $g(x) = (\frac{x-1}{x+1}, x^2)$ v T(1,1)

Pri obeh točkah naloge poišči tudi linearno preslikavo, ki najbolje aproksimira preslikavo $g \circ f$ na okolici dane točke. Izračunaj približno vrednost za $(g \circ f)(1.1, -0.9, 0.1)$ in $(g \circ f)(0.9, 1.1)$.

Dane so funkcije

$$f(x,y) = y\,(1+x^2)\,,$$
$$g(z) = \ln z\,,$$
$$h(x,y) = (g \circ f)(x,y)\,.$$

(a) Skiciraj nivojnice ploskve $z = f(x,y)$ pri vrednostih $z \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
(b) Izračunaj vse parcialne odvode drugega reda funkcije h.

a) Naj bo $F(x,y) = (xy\sin(x^2+y^2), x^2+y^2)$. Določi množico točk, v katerih preslikava F ni lokalni C^∞-difeomorfizem.

Med spremenljivkama x in y naj velja zveza

$$(y^2+1)x^2 - 4x + 3(y^3+1) = 0 \qquad (1)$$

a) Ali je v kaki okolici točke z absciso 0 z zvezo (1) implicitno podana funkcija $y = f(x)$? Kaj pa funkcija $x = g(y)$?

b) Kot v prejšnji alineji opazuj točko z ordinato 0.

c) V kaki od prejšnjih točk, kjer je obstoj implicitne funkcije zagotovljen, poišči še strmino tangente in preuči konveksnost grafa!

Naj bo u dvakrat zvezno odvedljiva funkcija dveh spremenljivk.

Prevedi izraz $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ v polarne koordinate.

V izraz $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2$ vpelji novi neodvisni spremenljivki u in v, za kateri velja $x = uv$ ter $y = \frac{1}{2}(u^2 - v^2)$.

Naj bo $f(x, y, z) = (x^3 + y^3 - 3xyz,\ \sin \pi xyz,\ z^2)$. Določi množico točk, v katerih preslikava f ni lokalni C^∞-difeomorfizem. Skiciraj preseka te množice z ravninama $z = 0$ in $z = 1$.

Pokaži, da enačba

$$x^2 + y^2 + z^2 - e^z = 0$$

v okolici točke $(1, 0)$ določa natanko eno C^∞-funkcijo $z = z(x, y)$