

Diskretne strukture 1 – 2. kolokvij (IŠRM)

January 11, 2013

1. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ je z relacijsko matriko podana relacija:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Dokaži ali ovrži naslednje lastnosti (če lastnost ne drži, navedi protiprimer, sicer je DA dovolj):
- [3] refleksivna
 - [3] simetrična
 - [3] asimetrična
 - [3] antisimetrična
 - [5] tranzitivna
 - [3] sovisna
- (b) [5] Spremeni relacijo R tako, da v relacijski matriki spremeniš čim manj ničel oz. enic, ter bo dobljena relacija delna urejenost.

2. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ je podana relacija:

$$R = \{(1, 2) (2, 1) (2, 6) (3, 3) (3, 4) (4, 5) (5, 4)\}$$

- (a) [8] Grafično predstavi relacijo.
- (b) [8] Izračunaj relacije R^2 , R^{2013} in R^* .
- (c) [9] Poišči relacijo T z najmanj urejenimi pari, da bo $(R \cup T)^+$ ekvivalenčna relacija.

3. Za $A =$ imamo podane funkcije $f, m, n : A \rightarrow A$, takole:

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad m = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad n = (1, 4, 2)(3, 5)$$

- (a) [8] Izračunaj produkte fmf, mf^2n
- (b) [7] Za vsako od funkcij f, m, n, fmf, mf^2n ugotovi, če je surjektivna, injektivna oz. bijektivna. Če je dana funkcija permutacija, ugotovi tudi njen red.
- (c) [10] Najdi par $a, b \in \mathbb{N}$, da bo veljalo

$$m^a = n^b$$

4. [25] Koliko števil je na intervalu $[1, 18018]$ deljivih s 12 ali z 21, niso pa deljiva s 26.

Dodatna naloga[10 točk]:

Dokaži, da lahko le s spodnjima cikloma c_1 in c_2 zapišeš poljubno permutacijo iz S_n (to je množica vseh permutacij na n elementih).

c1: $(1, 2, \dots, n)$

c2: $(1, 2)$

Poenostavljena verzija [5 točk]: Nalogo reši za $n = 4$.

Odgovore dobro utemelji! Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge (razen 5.) so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega A4 lista z obrazci. Rezultati bodo dostopni na <http://ucilnica.fmf.uni-lj.si>, kjer bo objavljen tudi termin za ogled kolokvijeve.

Veliko uspeha!