

1. Vsakemu trikotniku T z dolžinami stranic a, b, c priredimo trikotnik T' z dolžinami stranic:

$$\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}.$$

Ali je preslikava $f : T \mapsto T'$ surjekcija (bijekcija) na množici vseh trikotnikov? Poišči vse trikotnike T , za katere velja $f(T) = T$.

2. Dokaži, da so za funkcijo $f : X \rightarrow X$ naslednje trditve ekvivalentne:

- (a) f je injektivna.
- (b) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ za poljubni podmnožici A, B množice X .
- (c) Če sta A, B disjunktni podmnožici množice X , potem velja $f(A) \cap f(B) = \emptyset$.

3. Naj bosta $f : X \rightarrow Y$ in $g : Y \rightarrow Z$ funkciji. Pokaži naslednje trditve:

- (a) Če sta f in g surjekciji, potem je tudi $g \circ f$ surjekcija.
- (b) Če sta f in g injekciji, potem je tudi $g \circ f$ injekcija.
- (c) Če sta f in g bijekciji, potem je tudi $g \circ f$ bijekcija.

Ali trditve veljajo tudi v drugo smer?

4. Naj bo permutacija $\pi \in S_8$ določena s predpisom

$$\pi : i \mapsto (i \bmod 8) + 1$$

- (a) Zapiši π kot produkt disjunktnih ciklov.
- (b) Določi permutaciji π^2 in π^5 .
- (c) Določi red in parnost permutacij π , π^2 in π^5 .

5. Dani sta permutaciji

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \rho = (1\ 4\ 2)(3\ 5).$$

Izračunaj permutacije π^{-1} , ρ^{-1} , $\pi\rho$, $\rho\pi$ in $\rho\pi^2\rho^{-1}$ ter zanje določi red in parnost.

6. Dokaži, da lahko s cikloma $(1\ 2)$ in $(1\ 2\ \dots\ n)$ zapišeš poljubno permutacijo iz S_n .