1. naloga: dokaži, da nabor veznikov ni poln.

$\{\wedge, \Rightarrow\}$

$0 \wedge 0 \sim 0$

$0 \Rightarrow 0 \sim 1$

$1 \wedge 1 \sim 1$

$1 \Rightarrow 1 \sim 1$

Veznika ohranjata 1 - nabor ni poln.

$\{0, 1, \wedge, \vee\}$

$p \vee 0 \sim 1$

$\Rightarrow p \vee 1 \sim 1$

monotona

$1 \wedge 0 \sim 0$

$1 \wedge 1 \sim 1$

$0 \wedge 0 \sim 0$

$0 \wedge 1 \sim 0$

Podobno smo preverili monotonost za konjunkcijo.
Ker sta tudi 0 in 1 monotona, nabor ni poln.

$\{\neg, MAJ\}$

$\neg MAJ(\neg p, \neg q, \neg r) \sim \neg\left((\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge \neg r)\right)$

JE SEBI DUALEN $(p \vee q) \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee r)$

$1,1,0 \quad (1 \vee 1) \wedge (1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) \sim 1$

$1,0,0 \quad (1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) \wedge (0 \vee 0) \sim 0$

Negacija je tudi sebi dualna, zato nabor ni poln.

2. naloga: zapiši izjavi v naboru {NOR}.

$$p \Rightarrow q \wedge r$$

$$\neg p \vee (q \wedge r) \sim \neg p \vee \neg(\neg q \vee \neg r)$$

$$\neg p \vee (q \downarrow r)$$

$$(p \downarrow p) \vee ((q \downarrow q) \downarrow (r \downarrow r))$$

$$\underbrace{((p \downarrow p) \downarrow ((q \downarrow q) \downarrow (r \downarrow r)))}_{A} \downarrow A$$

$$p \downarrow p \sim \neg p$$

$$p \vee q \sim \neg(p \downarrow q) \sim (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$$

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r \sim$

$\neg(\neg p \vee q) \vee r \sim$

$(\neg p \downarrow q) \vee r \sim$

$\neg((p \downarrow p) \downarrow q) \downarrow r) \sim ((p \downarrow p) \downarrow q) \downarrow r) \downarrow ((p \downarrow p) \downarrow q) \downarrow r)$

$p \downarrow p \sim \neg p$

$p \vee q \sim \neg(p \downarrow q) \sim$

$\sim (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$

$\neg(p \vee q) \sim p \downarrow q$

3. naloga

A $\quad g \wedge r \Rightarrow m$

B $\quad g \Rightarrow (\neg r \Rightarrow \neg m)$

C $\quad (g \wedge m) \Rightarrow (n \vee \neg r)$

D $\quad \neg(m \Rightarrow \neg r) \Rightarrow (n \vee g)$

g r m n	C	D
0 0 0 0	1	1
0 0 0 1	1	1
0 0 1 0	1	1
0 0 1 1	1	1
0 1 0 0	1	1
0 1 0 1	1	1
~~0 1 1 0~~	1	0
0 1 1 1	1	1
1 0 0 0	1	1
1 0 0 1	1	1
~~1 1 1 0~~	0	1
1 1 1 1	1	1

g r m	A	B
0 0 0	1	1
0 0 1	1	1
0 1 0	1	1
0 1 1	1	1
1 0 0	1	1
~~1 0 1~~	1	0
~~1 1 0~~	0	1
1 1 1	1	1

Sklepamo lahko npr.:

- r Λ m => n
  (kdor je računalnikar in matematik, je nor)
- r Λ ¬m => ¬g
  (kdor je računalnikar in ni matematik, ni genialen)
- ¬r Λ m => ¬g
  (kdor ni računalnikar in je matematik, ni genialen)

4. naloga

$z \Rightarrow n,\ \neg z \models \neg n$

n	z	$z \Rightarrow n$	$\neg z$	$\neg n$
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	1	0	0

Sklep ni pravilen, ker imamo protiprimer n ~ 1, z ~ 0, tj. semafor sveti rdeče in študent naredi izpit.

š, m, c, z, l   l … sklep

1. š ∨ m ∨ c   predpostavka
2. š ⇒ z   predpostavka
3. m ⇒ l   predpostavka
4. ¬c ∧ ¬z   predpostavka
5. ¬c   Pa(4)
6. ¬z   Po(4)
7. ¬š   Mt(2,6)
8. š ∨ m   DS(1,5)
9. m   DS(7,8)
10. l   MP(9,3)

S pravili za sklepanje smo iz predpostavk prišli do našega sklepa - sklepanje je torej pravilno.

5. naloga: kateri od naslednjih sklepov so veljavni?

$$(q \vee r) \Rightarrow \neg p,\ s \vee p,\ q \models s.$$

1.	$(q \vee r) \Rightarrow \neg p$	predp
2.	$s \vee p$	predp
3.	q	predp
4.	$q \vee r$	Pr(3)
5.	$\neg p$	MP(1,4)
6.	s	DS(2,5)

Sklep je veljaven.

$p \Rightarrow q,\ q \Rightarrow p \models p \Leftrightarrow q \quad \sim \underbrace{(\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)}_{A}$

1. $p \Rightarrow q$ predp.
2. $q \Rightarrow p$ predp.
3. $\neg p \vee q$ $\quad \sim (1)$
4. $\neg q \vee p$ $\quad \sim 2$
5. A $\quad$ Zd(3,4)
6. $p \Leftrightarrow q$ $\quad \sim 5$

Sklep je veljaven.

Sklepanje: p Λ q, ¬p => q $\models \neg q$

1. $p \land q$ predp
2. $\neg p \Rightarrow q$ predp

3.1 $\neg q$ predp. RA

3.2 q Po(1)

3.3 $q \land \neg q$ Zd(3.1, 3.2)

protislovje

3. q RA(3.1, 3.3)
4. p Po(1)

		predpostavki		sklep	
p	q	$p \land q$	$\neg p \Rightarrow q$	$\neg q$	
1	1	1	1	0	: proti-primer

Imamo protiprimer, sklep ni veljaven.

$(p \Rightarrow q) \underset{\sim A}{\Rightarrow} (r \Rightarrow s), \neg(r \underset{\sim B}{\Rightarrow} q) \models s$

1.	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow s)$	pred
2.	$\neg(r \Rightarrow q)$	pred
	$\neg(\neg r \vee q)$	
3.	$r \wedge \neg q$	$\sim$ (2)
4.	r	Po (3)
5.	$\neg q$	Po (3)
6.1.	$\neg s$	RA pred.
6.2.	$\neg(r \Rightarrow s)$	Zd (4, 6.1.)
6.3.	$\neg(p \Rightarrow q)$	MT (1, 6.2.)
6.4.	$p \wedge \neg q$	$\sim$ (6.3.)
6.5.	p	Po (6.4.)

	predpostavki		sklep
$p\ q\ r\ s$	A	B	s
1 0 1 0	1	1	0
			napačno

Imamo protiprimer, sklep ni veljaven.