Vaje iz Diskretnih struktur 1 (IŠRM), *Predikatni račun* 13. november 2013 $\boxed{\mathbf{5}}$

1. Naj bosta ϕ_1 in ϕ_2 zaprti izjavni formuli. Dokaži, da velja $\phi_1 \sim \phi_2$ natanko tedaj, ko velja $\models \phi_1 \Leftrightarrow \phi_2$.

2. Katere izmed naslednjih izjavnih formul so enakovredne?

- $\forall x : A(x) \Rightarrow \forall x : B(x)$
- $\exists x : A(x) \Rightarrow \exists x : B(x)$
- $\forall x \exists y : (A(x) \Rightarrow B(y))$
- $\exists x \forall y : (A(x) \Rightarrow B(y))$
- $\forall y \exists x : (A(x) \Rightarrow B(y))$
- $\exists y \forall x : (A(x) \Rightarrow B(y))$

3. Ali sta formuli

$$\forall x \exists y : (A(x) \Leftrightarrow B(y))$$
$$\exists y \forall x : (A(x) \Leftrightarrow B(y))$$

enakovredni?

4. Ali sta sledeči izjavi splošno veljavni?

- $(\forall x : P(x) \Rightarrow \forall x : Q(x)) \implies \forall x : (P(x) \Rightarrow Q(x))$
- $(\exists x : P(x) \Rightarrow \exists x : Q(x)) \implies \forall x : (P(x) \Rightarrow Q(x))$

5. Za naslednje izjave napiši njihove negacije, potem pa ugotovi, katere so pravilne. Bodi pozoren na področje pogovora.

- $\forall a \forall b : (a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = 0 \lor b = 0)$
- $\forall a \forall b : (ab = 0 \Rightarrow a = 0 \lor b = 0)$
- $\forall a \forall b \exists c : (a < b \Rightarrow (a < c \land c < b))$

6. Pokaži veljavnost naslednjih sklepov, ali pa navedi protiprimer.

- Vsi telovadci so gibčni. Peter je okoren. Potemtakem: Peter ni telovadec.
- Vsak, ki se je učil, bi znal narediti nalogo. Potemtakem: če ni nihče naredil naloge, se ni nihče učil.
- Vsak zajec prehiti vsako želvo. Potemtakem: nobena želva ne more prehiteti nobenega zajca.
- Nekateri pacienti gredo radi k svojemu zdravniku. Noben pacient ne gre rad k nobenemu zobozdravniku. Potemtakem: noben zdravnik ni zobozdravnik.
- Vsi Andrejini prijatelji so tudi Bojanovi prijatelji. Potemtakem: vsak, kdor pozna kakega Andrejinega prijatelja, pozna tudi nekega Bojanovega prijatelja.
- Samo pripravljeni naredijo izpit. Nekatera dekleta niso naredila izpita. Potemtakem: nekatera dekleta niso bila pripravljena.

7. Pokaži veljavnost naslednjih sklepov.

- $\forall x : (P(x) \Rightarrow \forall y : (Q(y) \Rightarrow \neg R(x,y)))$
  $\forall x : (P(x) \Rightarrow \exists y : (S(y) \wedge R(x,y)))$
  $\exists x : P(x)$
  $\models\ \exists x : (S(x) \wedge \neg Q(x))$

- $\exists x : (P(x) \wedge \forall y : (R(y) \Rightarrow S(x,y)))$
  $\forall x : (P(x) \Rightarrow \forall y : (T(y) \Rightarrow \neg S(x,y)))$
  $\models\ \neg\exists x : (R(x) \wedge T(x))$

- $\forall x : (P(x) \Rightarrow \forall y : (Q(y) \Rightarrow R(x,y)))$
  $\exists x : (P(x) \wedge \exists y : \neg R(x,y))$
  $\models\ \exists x : \neg Q(x)$

- $\forall x : (P(x) \Rightarrow Q(x))$
  $\forall x : (R(x) \wedge Q(x) \Rightarrow S(x))$
  $\forall x \exists y : (R(y) \wedge T(y,x))$
  $\forall x \forall y : (T(y,x) \wedge S(y) \Rightarrow S(x))$
  $\models\ \forall x : (\forall y : (T(y,x) \Rightarrow P(y)) \Rightarrow S(x))$