

1. Na \mathbb{R}^2 definiramo:

$$(x, y)R(z, w) \Leftrightarrow y \leq w \text{ in } x - y \leq z - w.$$

- (a) Pokaži, da je R delna urejenost.
 (b) Ali je R linearna urejenost?
 (c) Poišči kakšno neskončno množico $A \subset \mathbb{R}^2$, ki bo imela prvi element glede na R .
 (d) Za poljubna elementa $(x, y), (z, w) \in \mathbb{R}^2$ poišči $\sup\{(x, y), (z, w)\}$ in $\inf\{(x, y), (z, w)\}$ glede na relacijo R .
 (e) Relacijo R zožimo na $\mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}$. Ali je $\mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}$ z zožitvijo relacije R mreža? Določi minimalne, maksimalne, prve in zadnje elemente.

2. Ali sestavljata izjavni povezavi $\{\Rightarrow, \not\Rightarrow\}$, kjer je $p \not\Rightarrow q \equiv \neg(p \Rightarrow q)$, poln nabor?

3. Z naborom $\{\Rightarrow, \not\Rightarrow\}$ izrazi protislovje, tautologijo, negacijo in preostale dvomestne veznike!

4. Dokaži sledeče sklepe ali najdi protiprimer:

- $p \Rightarrow q, r \Rightarrow s \models p \vee r \Rightarrow q \vee s$
- $p \uparrow q, r \Rightarrow q, r \vee s \models p \Rightarrow s$
- $p \Rightarrow q, q \oplus s, p \wedge r, t \uparrow r \models t \downarrow s$

5. Pokaži veljavnost naslednjih sklepov.

- $\forall x : (P(x) \Rightarrow \forall y : (Q(y) \Rightarrow \neg R(x, y)))$
 $\forall x : (P(x) \Rightarrow \exists y : (S(y) \wedge R(x, y)))$
 $\exists x : P(x)$
 $\models \exists x : (S(x) \wedge \neg Q(x))$
- $\exists x : (P(x) \wedge \forall y : (R(y) \Rightarrow S(x, y)))$
 $\forall x : (P(x) \Rightarrow \forall y : (T(y) \Rightarrow \neg S(x, y)))$
 $\models \neg \exists x : (R(x) \wedge T(x))$
- $\forall x : (P(x) \Rightarrow \forall y : (Q(y) \Rightarrow R(x, y)))$
 $\exists x : (P(x) \wedge \exists y : \neg R(x, y))$
 $\models \exists x : \neg Q(x)$
- $\forall x : (P(x) \Rightarrow Q(x))$
 $\forall x : (R(x) \wedge Q(x) \Rightarrow S(x))$
 $\forall x \exists y : (R(y) \wedge T(y, x))$
 $\forall x \forall y : (T(y, x) \wedge S(y) \Rightarrow S(x))$
 $\models \forall x : (\forall y : (T(y, x) \Rightarrow P(y)) \Rightarrow S(x))$

6. Za vsakega od spodnjih sistemov enačb ugotovi, kdaj je rešljiv, in določi rešitve.

- (a) $A \cap X = B, A \cup X = C$
 (b) $A \setminus X = X \setminus B, X \setminus A = C \setminus X$