

2. izpit iz Kombinatorike IŠRM

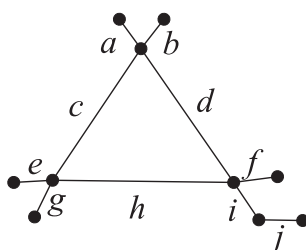
28. junij 2007

1. Naj bo a_{mn} število vseh matrik velikosti $n \times m$ iz ničel in enic, ki imajo v vsaki vrstici in vsakem stolpcu vsaj eno enico. Dokaži enakost

$$a_{mn} = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (2^{n-k} - 1)^m.$$

Nasvet: Izračunaj najprej število vseh matrik, ki imajo v vsakem stolpcu vsaj eno enico. Nato si pomagaj s pravilom vključitev in izključitev.

2. Za graf



- (a) določi ciklični indeks za delovanje grupe avtomorfizmov na množici povezav;
(b) ugotovi na koliko načinov lahko pobarvamo povezave z dvema barvama (ni nujno, da sta dve sosednji povezavi različne barve).
3. Reši rekurzivno enačbo

$$a_{n+3} + a_{n+2} - 5a_{n+1} + 3a_n = 16$$

pri pogojih $a_0 = 0$, $a_1 = 10$ in $a_2 = 8$.

4. Naj bo $n = 2t + 1$. Množica točk incidenčne strukture \mathcal{D} naj bo

$$\mathcal{P} = \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_3;$$

za bloke pa vzemimo vse trojice

$$\{(x, 0), (x, 1), (x, 2)\}, \quad x \in \mathbb{Z}_n$$

in vse trojice

$$\{(x, i), (y, i), (\frac{1}{2}(x+y), i+1)\}, \quad \text{za } x \neq y \text{ iz } \mathbb{Z}_n \text{ in } i \in \mathbb{Z}_3.$$

- (a) Pokaži, da je \mathcal{D} nek 2 - (v, k, λ) načrt ter določi parametre v , k in λ (izrazi jih s parametrom t).
(b) Koliko blokov ima načrt \mathcal{D} ? V koliko blokih je vsebovana vsaka izmed točk načrta \mathcal{D} ?

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so po točkah enakovredne.
Odgovore je treba natančno utemeljiti!