

Načrti in t -načrti

1. Naj bo $X = E(K_5)$, v množici blokov \mathcal{B} pa naj bodo vse množice povezav moči štiri naslednjih tipov $A : \{uv, uw, uz, ux\}$, $B : \{uv, vw, uw, zx\}$ in $C : \{uv, vw, wz, uz\}$. Pokažite, da je \mathcal{B} 2-načrt s parametri $(10, 4, 4)$ in 3-načrt s parametri $(10, 4, 1)$.
2. Naj bo $X = \{0, 1\}^n \setminus \{0\}^n$ množica vseh 0/1 zaporedij dolžine n brez zaporedja iz samih ničel. Za $u, v \in X$ definiramo $u + v \in \{0, 1\}^n$ takole:

$$(u + v)_i = u_i + v_i \pmod{2}.$$

Pokažite, da je $\mathcal{B} = \{\{u, v, u + v\}; u, v \in X, u \neq v\}$ potem 2-načrt s parametri $(2^n - 1, 3, 1)$. Koliko blokov ima tak načrt za $n = 3, 4$? Zapišite množico blokov za $n = 3$.

3. Naj bo \mathcal{B}' 2-načrt s parametri $(v', 3, \lambda'_2)$ nad množico X' in \mathcal{B}'' 2-načrt s parametri $(v'', 3, \lambda''_2)$ nad množico X'' . Naj bo $X = X' \times X''$ in \mathcal{B} družina vseh množic oblike $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)\}$, za katere velja ena od naslednjih možnosti:

- $x_1 = x_2 = x_3$ in $\{y_1, y_2, y_3\}$ je blok načrta \mathcal{B}'' ;
- $y_1 = y_2 = y_3$ in $\{x_1, x_2, x_3\}$ je blok načrta \mathcal{B}' ;
- $\{x_1, x_2, x_3\}$ je blok načrta \mathcal{B}' in $\{y_1, y_2, y_3\}$ je blok načrta \mathcal{B}'' .

- (a) Pokažite, da je \mathcal{B} 1-načrt in poiščite njegove parametre (izrazite jih z $v', \lambda'_2, v'', \lambda''_2$).
- (b) Pokažite, da je \mathcal{B} 2-načrt natanko tedaj, ko je $\lambda'_2 = \lambda''_2 = 1$. V tem primeru tudi poiščite njegove parametre.