

Načrti, ciklične konstrukcije načrtov

1. Naj bo $S \subseteq \mathbb{Z}_m$ diferenčna množica. Pokažite, da je potem tudi $S + i$ diferenčna množica za vsak $i \in \mathbb{Z}_m$.
2. Katere od spodnjih množic so diferenčne množice?
 - (a) $\{2, 3, 5, 11\}$ v \mathbb{Z}_{13} ,
 - (b) $\{0, 1, 3, 9\}$ v \mathbb{Z}_{13} ,
 - (c) $\{0, 1, 3, 5\}$ v \mathbb{Z}_{13} ,
 - (d) $\{0, 3, 4, 9, 17, 24\}$ v \mathbb{Z}_{29} .
3. Za katere x bo množice $\{1, 5, 24, 25, 27, x\}$ diferenčna množica v \mathbb{Z}_{31} ?
4. Pokažite naslednjo trditev.

Če je S diferenčna množica v \mathbb{Z}_m , potem je tudi $\mathbb{Z}_m - S$ diferenčna množica v \mathbb{Z}_m .
Poiščite tudi parametre ustreznega 2-načrta.
5. Za katere k , $2 \leq k \leq 5$, obstaja diferenčna množica moči k v \mathbb{Z}_7 ?
6. Konstruirajte 2-načrt s parametri $(7, 4, 2)$.
7. Prodekan za študijske zadeve bi rad dosegel, da bi vsak študent IŠRM izbral točno 4 izmed 7 matematičnih izbirnih predmetov. Poleg tega želi, da vsak predmet izbere enako število študentov.
 - (a) Označimo z v število študentov in s k število študentov pri vsakem predmetu. Kakšna je zveza med v in k ?
 - (b) Zapišite razpored za $v = 7$ in $k = 4$.
8. Naj bo \mathcal{B} množica blokov t -načrta nad množico X s parametri (v, k, λ_t) . Izberimo $x \in X$ in naj bo \mathcal{B}' množica blokov, ki jo dobimo iz \mathcal{B} tako, da najprej odstranimo vse bloke, ki ne vsebujejo x , nato pa še iz preostalih blokov odstranimo x . Pokažite, da je \mathcal{B}' $(t-1)$ -načrt nad množico $X - x$ in poiščite njegove parametre.
9. *Hadamardova matrika* reda n je matrika H dimenzije $n \times n$, pri kateri so vsi elementi enaki 1 ali -1 in velja $HH^T = nI$.

Dve Hadamardovi matriki sta *ekvivalentni*, če lahko eno dobimo iz druge s permutacijo vrstic/stolpcev oziroma nekatere vrstice/stolpce pomnožimo z -1 . Vsaka Hadamardova matrika je ekvivalentna Hadamardovi matriki, pri kateri so v prvi vrstici in prvem stolpcu same enke. Takšna matrika je v *normalizirani obliki*.

Naj bo H Hadamardova matrika reda $4n$ v normalizirani obliki.

 - (a) Matriki H odstanimo prvo vrstico in prvi stolpec. Dobljeno matriko označimo s H' . Množico X naj sestavljajo vrstice matrike H' , bloki \mathcal{B} pa naj ustrezajo stolpcem matrike H' : vrstica i je v bloku j , če je $h_{ij} = 1$. Pokažite, da je \mathcal{B} 2-načrt s parametri $(4n-1, 2n-1, n-1)$.
 - (b) (domača naloga) Matriki H odstanimo prvo vrstico. Dobljeno matriko označimo s H'' . Množico X naj sestavljajo stolpci matrike H'' , vsaka vrstica i matrike H'' pa ustreza dvema blokoma \mathcal{B} : v enem so stolpci, ki imajo na mestu i vrednost 1, v drugem pa tisti, ki imajo na mestu i vrednost -1 . Pokažite, da je \mathcal{B} 3-načrt s parametri $(4n, 2n, n-1)$.