

## Neurejene izbire s ponavljanjem, pravilo vključitev in izključitev, binomski izrek, kombinatorični dokazi

1. Sladoledar ima na voljo 8 različnih okusov sladoleda. Na koliko različnih načinov lahko sestavi sladoledno kupo iz 6 kepic?
2. Koliko je petmestnih števil, pri katerih so številke urejene nepadajoče? To pomeni, da štejemo števila  $n$  oblike

$$n = 10^4 \cdot a_4 + 10^3 \cdot a_3 + 10^2 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0,$$

kjer je  $1 \leq a_4 \leq a_3 \leq a_2 \leq a_1 \leq a_0$ .

3. Koliko je kombinacij reda 10 iz elementov multimnožice  $\{3a, 4b, 5c\}$ ? Torej, ponavljanje je dovoljeno, vendar  $a$  ponovimo največ trikrat,  $b$  ponovimo največ štirikrat in  $c$  ponovimo največ petkrat.
4. Skozi puščavo potuje karavana devetih kamel. Na koliko načinov se lahko po počitku v oazi razmestijo tako, da nobena kamela ne hodi tik za kamelo, za katero je hodila pred postankom?
5. Poiščite koeficient pri  $x^{10}$  v razvoju binoma  $(x^2 + 4)^8$ .
6. Poiščite koeficienta pri  $x$  in  $x^2$  v razvoju polinoma  $(1 - 4x)^6(1 + 3x)^8$ .
7. Z uporabo binomskega izreka seštejte vrsto

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k.$$

8. Pokažite spodnje enakosti s pomočjo kombinatoričnih dokazov.

$$(a) \binom{n+m}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \binom{m}{k-i},$$

$$(b) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k} = 2^m \binom{n}{m},$$

$$(c) k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1},$$

$$(d) \binom{2n}{2} = 2 \binom{n}{2} + n^2.$$

9. Pokažite, da velja  $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$ .