

Razčlenitve naravnih števil in porazdelitve

1. Sestavite tabelo števil $p_k(n)$ za $n \in \{1, \dots, 8\}$ in $k \in \{1, \dots, 5\}$.
2. Zapišite vse razčlenitve števila 8 na 3 sumande.
3. Poiščite razčlenitvi $23 = 7 + 5 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1$ konjugirano razčlenitev. Nasvet: najprej narišite ustrezna Ferrersova diagrama.
4. S pomočjo Ferrersovih diagramov pokažite, da je $p_n(2n) = p(n)$. Bijekcijo med Ferrersovimi diagrami ilustrirajte tudi na enem konkretnem primeru za $n = 6$.
5. S pomočjo Ferrersovih diagramov pokažite, da je število razčlenitev naravnega števila n na različne lihe sumande enako številu sebi konjugiranih razčlenitev števila n . Bijekcijo med Ferrersovimi diagrami ilustrirajte tudi na enem konkretnem primeru.
6. Poiščite vse razčlenitve števila 20 na različne lihe sumande. S pomočjo tega poiščite še vse sebi konjugirane razčlenitve števila 20.
7. V zgodnjih jutranjih urah pet pivcev ob pultu opazuje zadnjih dvanajst vrčkov piva. Na koliko načinov si lahko vrčke razdelijo, če
 - (a) je v vsakem svoja vrsta piva?
 - (b) je v vseh vrčkih je ista vrsta piva?
 - (c) je v vsakem svoja vrsta piva in vsak pivec dobi vsaj en vrček piva?
 - (d) je v vseh vrčkih je ista vrsta piva in vsak pivec dobi vsaj en vrček piva?
8. Na koliko načinov lahko razdelimo 8 (enakih) jabolok v 4 različne škatle? Na koliko načinov lahko 8 (enakih) jabolok razdelimo v 4 različne škatle tako, da v nobeni škatli nista natanko dve jabolki?
9. Koliko je celoštevilskih rešitev enačbe

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18,$$

če za $1 \leq i \leq 4$ velja

- (a) $x_i \geq 0$?
- (b) $x_i \geq 1$?
- (c) $0 \leq x_i \leq 7$?
- (d) $0 \leq x_1 \leq 5, 2 \leq x_2 \leq 4, -1 \leq x_3 \leq 3, 0 \leq x_4 \leq 7$?