

Rekurzivne enačbe s konstantnimi koeficienti

1. Poiščite vse rešitve linearne rekurzivne enačbe

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0,$$

ki zadoščajo začetnim pogojem $a_0 = 1$ in $a_1 = 3$.

2. Poiščite vse rešitve linearne rekurzivne enačbe

$$a_{n+3} - 2a_{n+2} - 4a_{n+1} + 8a_n = 0,$$

ki zadoščajo začetnim pogojem $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ in $a_2 = 3$.

3. Koliko nizov dolžine n , sestavljenih iz znakov 0, 1, ne vsebuje podniza 00?
4. Koliko nizov dolžine n , sestavljenih iz znakov 0, 1, 2, ne vsebuje
- (a) dveh enakih zaporednih znakov?
 - (b) podniza 00?
5. Koliko je nizov dolžine n , sestavljenih iz znakov 0, 1, 2, ki se ne začnejo z 1 ali 2 in ne vsebujejo podniza 00? Nasvet: naloga je podobna kot prejšnja, vendar bodite pozorni, od katerega člena naprej velja rekurzivna zveza.
6. Na koliko načinov lahko pokrijemo šahovnico velikosti $2 \times n$ s ploščicami oblike A in B (glejte sliko)? Ploščice oblike B lahko vrtimo v vse smeri.



7. Zapišite splošno rešitev linearne rekurzivne enačbe

$$a_{n+2} + 2a_n = 0.$$

8. Poiščite vse rešitve linearne rekurzivne enačbe

$$a_{n+3} - a_n = 0,$$

ki zadoščajo začetnim pogojem $a_0 = a_1 = 0$ in $a_2 = 1$.

9. Naj bo b pozitivno realno število. Izračunajte determinanto

$$D_n = \begin{vmatrix} b & b & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & b & b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & b & b & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \dots & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & b & b & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b & b & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & b & b \end{vmatrix}.$$

10. Naj bo a_n število nizov dolžine n iz znakov a, b, c , ki ne vsebujejo podniza ab . Zapišite rekurzivno enačbo za a_n , $n \geq 1$, in jo rešite. Nasvet: označite z b_n število nizov iz znakov a, b, c , ki ne vsebujejo podniza ab in se ne končajo z a . Zapišite sistem linearnih rekurzivnih enačb za a_n in b_n in ga rešite.

11. Poiščite rešitev linearne rekurzivne enačbe

$$a_{n+3} - a_{n+2} - a_{n+1} + a_n = 2n + 1,$$

ki ustreza začetnim pogojem $a_0 = a_1 = a_2 = 1$.