Prvi kolokvij iz Linearne algebre 1
23. april 2009

Priimek in ime: .... Vpisna št.: | | | | | | | | |

---

1. V prostoru leži štirikotnik *ABCD*. Označimo stranice $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{BC}$, $\vec{c} = \vec{CD}$, $\vec{d} = \vec{DA}$ in diagonali $\vec{e} = \vec{AC}$, $\vec{f} = \vec{BD}$.

(a) Če je štirikotnik *ABCD* paralelogram, pokaži, da velja enakost

$$|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + |\vec{d}|^2 = |\vec{e}|^2 + |\vec{f}|^2.$$

(b) Pokaži, da velja tudi obratno: če v nekem štirikotniku *ABCD* velja zgornja enakost, mora biti *ABCD* paralelogram.

(*Nasvet:* Vse vektorje izrazi z vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$, nato pa upoštevaj povezavo med dolžino in skalarnim produktom $|\vec{x}|^2 = \vec{x} \cdot \vec{x}$.)

2. Točke $A(1, 0, 0)$, $B(2, 1, 1)$, $C(1, 3, 0)$ in $D(2, 2, 3)$ so oglišča tristrane piramide. Pokaži, da se višini iz A in D sekata in poišči presečišče.

3. Poišči ravnino Σ, ki je enako oddaljena od premic

$$p\colon\ x = z,\ y = 4 \quad \text{in} \quad q\colon\ x - 2 = \frac{y-4}{4} = \frac{z-1}{-1}$$

in ju ne seka.

4. V prostoru realnih polinomov stopnje največ tri sta dana podprostora

$$U = \{p \in P_3(\mathbb{R});\ p(1) = p(-1),\ p'(0) = 0\} \quad \text{in} \quad V = \{p \in P_3(\mathbb{R});\ p'(1) = p'(-1)\}.$$

Poišči kakšne baze prostorov U, V, $U \cap V$ in $U + V$. (Da sta U in V res vektorska podprostora, ni potrebno dokazati.)