Drugi kolokvij iz Linearne algebre 1
29. maj 2009

Priimek in ime: .... Vpisna št.: ☐☐☐☐☐☐☐☐

---

1. Naj bo x poljubno realno število. Izračunaj naslednjo determinanto velikosti $n \times n$:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & \dots & x & x \\ 1 & x & 0 & \dots & x & x \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & x & x & \dots & 0 & x \\ 1 & x & x & \dots & x & 0 \end{vmatrix}$$

Če naloge ne znaš rešiti v splošnem, jo reši vsaj za $n = 4$ (za 10% od 25%).

2. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Reši matrično enačbo

$$AX - 2X = A + I.$$

3. Naj bo

$$U = \left\{ X \in M_2(\mathbb{R});\ \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X = X \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

in

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R});\ a + b + c + d = 0 \right\}.$$

Pokaži, da sta U in V vektorska podprostora v prostoru $M_2(\mathbb{R})$ realnih matrik velikosti 2×2 in poišči baze prostorov U, V, $U \cap V$ in $U + V$.

4. Glede na vrednost realnega parametra λ reši naslednji sistem enačb:

$$\begin{aligned}(\lambda+1)x+y+z &= \lambda^2+3\lambda\\ x+(\lambda+1)y+z &= \lambda^3+3\lambda^2\\ x+y+(\lambda+1)z &= \lambda^4+3\lambda^3\end{aligned}$$