

IME IN PRIIMEK: \_\_\_\_\_

VPISNA ŠT: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE IŠRM  
20. APRIL 2012

1. **[25 točk]** Naj bosta dana linearno neodvisna vektorja  $a$  in  $b$  iz  $\mathbb{R}^n$  in matrika  $C = ab^T + ba^T$ . Pokaži, da je

$$\text{Lin}\{a, b\}^\perp = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle x, a \rangle = \langle x, b \rangle = 0\}$$

lastni podprostor matrike  $C$  za lastno vrednost 0. Določi še ostale lastne vrednosti in lastne vektorje.

2. [25 točk] Dana je matrika

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2a - 1 & a \\ -1 & 2 & 4a & 2a + 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj karakteristični in minimalni polinom matrike  $A$  v odvisnosti od parametra  $a$ .

3. **[25]** Poišči Jordanovo kanonično formo in prehodno matriko za matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Matrika  $A$  ima karakteristični in minimalni polinom enaka

$$p_A(\lambda) = (\lambda^2 - 1)^6 \text{ in } m_A(\lambda) = (\lambda^2 - 1)^2(\lambda - 1).$$

Poleg tega velja še:

$$\dim(\ker(A^2 - I)) = 7 \text{ in } \dim(\ker(A^2 - I)^2) = 10.$$

Poišči karakteristični in minimalni polinom preslikave  $A^2$  ter Jordanovo kanonično formo preslikav  $A^2$  in  $A$ .