

## Linearne preslikave

1. Dana je preslikava  $A: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ ,

$$A: (a, b, c, d) \mapsto (c, c, a + b, d).$$

Pokaži, da je linearna, zapiši matriko, ki ji pripada v standardnih bazah in poišči kakšni bazi njenega jedra in slike.

2. Preslikava  $A: P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$  je podana s predpisom

$$(Ap)(x) := \frac{4}{x} \int_0^x p(t) dt - (p(x)x)'$$

- (a) Pokaži, da je preslikava  $A$  linearna.  
(b) Napiši matriko, ki preslikavi  $A$  ustreza v standardnih bazah  $\{1, x, x^2\}$  prostorov  $P_2(\mathbb{R})$ .  
(c) Poišči kakšni bazi jedra in slike preslikave  $A$ .
3. Za dano realno število  $\lambda$  tvorimo matriko

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Preslikava  $T: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$  je dana s predpisom

$$T(X) := AX - XA.$$

Pokaži, da je preslikava  $T$  linearna. Poišči matriko, ki preslikavi  $T$  pripada v standardni bazi prostora matrik  $\{E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}\}$ , kjer ima matrika  $E_{ij}$  na  $i, j$ -tem mestu enko, drugod pa ničle. Določi tudi razsežnost jedra preslikave  $T$  v odvisnosti od parametra  $\lambda$ .

4. Preslikava  $V$  je vrtenje v ravnini okrog izhodišča za  $30^\circ$ , preslikava  $Z$  pa je zrcaljenje čez premico  $y = x$ . Napiši matriko, ki pripada preslikavam  $V, Z, V \circ Z$  in  $Z \circ V$  v standardnih bazah.