Poglavje 1

Naloge iz Matlaba

Naloga 1.1 *Z Matlabom pretvori število* -1.6 *v zapis s plavajočo vejico.*

Naloga 1.2 (Numerična stabilnost) *Preveri, poišči taka* x *in* y*, da potrdiš stabilnost/nestabilnost izračuna:*

(i). $z = x^2 - y^2$

(ii). $z = (x-y)(x+y)$

(iii). $\sqrt{1+x} - 1$, $\frac{x}{1+\sqrt{1+x}}$ *za majhne* x,

(iv). $\sqrt{x^2+x} - x$, $\frac{1}{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}}}$ *za velike* x,

(v). $\tan(x) - \sin(x)$, $\frac{2\sin^2(x/2)\sin(x)}{\cos(x)}$ *za majhne* x.

Namig, kaj se zgodi, ko računamo $1+10^{-16}$ *ali* $10^{17}+10^{34}$? *Preveri v Matlabu. Ali znaš pojasniti, zakaj ne velja* $(10^{32}+10^{16}) == 10^{32}$?

Naloga 1.3 *Preoblikuj naslednje izraze, tako da bo njihov izračun numerično stabilen za* $x \approx 0$. *Za podano vrednost* x *jih tudi izračunaj.*

(i). $\exp(x) - \exp(-x), x = 10^{-5}$

(ii). $1 - \cos(x), x = 10^{-5}$

(iii). $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}, x = 10^{-2}$

Naloga 1.4 *Za vsak* $x_0 > -1$ *naslednje rekurzivno definirano zaporedje:*

$$x_{n+1} = 2^{n+1}\left(\sqrt{1+2^{-n}x_n} - 1\right)$$

konvergira k $\ln\left(1 + x_0 + \frac{1}{4}x_0^2\right)$. *Vendar, če v Matlabu poizkusiš z* $x_0 = 4$,

```
x = 4;
for n = 1 : 100
    x = 2^(n+1)*(sqrt(1+x/2^n - 1);
end;
x
```

dobiš popolnoma napačne rezultate. Pojasni problem in ga popravi.

Naloga 1.5 *Razišči gostoto predstavljivih števil.*

(i). Katero je najbližje predstavljivo število $10^{300}, 1, 10^{-30}, 10^{-300}$*?*

(ii). Pomagaj si z ukazom eps v Matlabu? Lahko si funkcijo eps tudi narišeš.

(iii). Napovej največjo pozitivno in najmajše pozitivno predstavljivo število v dvojni aritmetiki.

(iv). Preveri, če imaš prav. Ali se napoved ujema z realmin, realmax?

Naloga 1.6 *Uporabi bisekcijo za iskanje ničle enačbe* $x^3+4x^2-10=0$ *na intervalu* $[0,2]$*. Nariši graf napake (v logaritemski skali) kot funkcijo števila iteracij. Kaj opaziš?*

Naloga 1.7 *Uporabi bisekcijo za iskanje rešitve enačbe* $\tan(x)=0$*, kjer je* x *med* 1 *in* 2*. Ali dobiš pravilen rezultat? Komentiraj?*

Naloga 1.8 *Poišči rešitev enačbe* x^2-3x+2 *z bisekcijo z začetnima vrednostima* -2.4 *in* 0*, tangentno metodo za začetni približek* -2.4 *in sekantno metodo z začetnima vrednostima* -2.4 *in* 0*. Nariši graf napake (v logaritemski in navadni skali) za vse metode.*

Naloga 1.9 *Kaj opaziš, če v prejšnji nalogi namesto točke* -2.4 *uporabiš točko* 1.2*.*

Naloga 1.10 *Poišči rešitev enačbe* $x^3-x+3=0$ *z uporabo tangentne metode z začetno točko* 0 *in sekantne metode z začetnima točkama* 2 *in* 1*. Nariši graf napake v logaritemski skali za obe metodi. Kaj opaziš?*

Naloga 1.11 *Reši enačbo* $xe^{-x}=0$ *s sekantno metodo z začetnima točkama* 1.5 *in* 2*? Kaj opaziš? Kaj pa, če uporabiš tangentno metodo z začetnim približkom* 2*?*

Naloga 1.12 *Reši enačbo* $\arctan(x)=0$ *s sekantno metodo z začetnima točkama* 1.5 *in* 1.6*. Kaj se dogaja? Ali je situacija drugačna, če uporabiš tangentno metodo z začetnim približkom* 1.4*.*

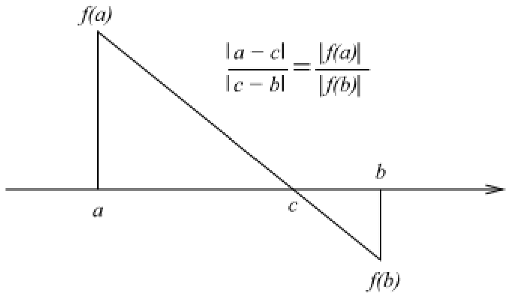
Ali lahko potegneš kakšen zaključek? Večino že pripravljenih skript lahko najdeš na strani http://www-lp.fmf.uni-lj.si/plestenjak/bor.htm izr. prof. Bora Plestenjaka.

Naloga 1.13 *Preizkusi, kako dober je približek je Stirlingovo število* $n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n}$ *za* $n!$*. Tabeliraj* $n!$*, pripadajoče Stirlingovo število in aboslutno in relativno napako, za* $n=1,\dots,10$*. Kaj pa, če bi rad tabeliral samo napake za* $n=1,\dots,10000$*. Kaj se dogaja z napakami?*

Naloga 1.14 *Pokaži, da ima enačba* $f(x)=x+a\cos(x)$ *vsaj eno rešitev za vsako realno število* a*. Uporabi bisekcijo za poseben primer, ko je* $a=14$*, za začetni točki pa si izbereš* 14 *in* 16*. Ali znaš oceniti, koliko iteracij je potrebno, da bo rezultat izračunan maksimalno natančno v plavajoči vejici?*

Naloga 1.15 *Za izračun ničle prejšnje metode uporabi metodo regula-falsi, ki je podobna biskeciji. Pri metodi regula-falsi intervala ne razpolavljamo, ampak ga delimo v razmerju, da velja*

$$\frac{|a-c|}{|c-b|}=\frac{|f(a)|}{|f(b)|}.$$



Preizkusi svojo metodo na naslednjih problemih.

(i). Izračunaj π kot ničlo enačbe $\sin(x) = 0$ z začetnima točkama 2 in 4.

(ii). Naslednji test je rešitev enačbe $x - e^x = 0$ za začetnim intervalom $a = -1$ in $b = 0$.

(iii). Poišči vse ničle funkcije $f(x) = x + 4\cos(x)$.

Naloga 1.16 *Preizkusiš lahko tudi zgleda s predavanj s tračnico in računanjem števila π.*