

Izpit iz OPTIMIZACIJSKIH METOD

6. julij 2011

1. Rafinerija izdeluje 3 vrste naftnih derivatov: bencin, dizelsko gorivo in kerozin. Da se čim lažje prilagajajo dinamičnemu trgu nafte in naftnih derivatov, uporabljajo kot surovino dve vrsti surove nafte – arabsko in severnomorsko, za rafiniranje pa uporabljajo tri stroje različnih proizvajalcev z različnimi proizvodnimi sposobnostmi. Vsak stroj hkrati proizvaja vse tri vrste derivatov, vendar v različnih razmerjih, kot prikazuje naslednja tabela (številke predstavljajo število litrov posamičnega derivata, proizvedenega iz kubičnega metra surove nafte):

	arabska nafta			severnomorska nafta		
	bencin	dizel	kerozin	bencin	dizel	kerozin
A	513	315	172	508	308	184
B	490	340	170	495	332	173
C	520	330	150	514	321	165

Pri tem stane predelava $1m^3$ nafte na stroju A 85\$, na stroju B 79\$ in na stroju C 83\$. Trenutna cena arabske nafte je $508\$/m^3$, severnomorske pa $515\$/m^3$. Cene derivatov so $0,85\$/l$ za bencin, $0,82\$/l$ za dizel in $0,89\$/l$ za kerozin.

V rafineriji se trudijo, da bi predelovalne stroje čimbolj enakomerno obrabili, zato imajo še dodatno zahtevo: najbolj obremenjen stroj sme na dan predelati kvečjemu 30% več nafte kot najmanj obremenjen stroj.

Rafinerija na dan predela $10.000m^3$ nafte. Kako naj to razporedijo med stroje A, B in C, da bodo upoštevali zgornje zahteve in hkrati čimveč zaslužili? Sestavite linearni program.

2. V trikotniku

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y \geq 7 \wedge 2x + y \leq 8 \wedge -x + y \leq 2\}$$

iščemo točko, najbližjo koordinatnemu izhodišču.

Najdite po Lagrangeu prirejeno nalogo tej optimizacijski nalogi. Ali sta nalogi dualni?

3. Z uporabo Karush-Kuhn-Tuckerjevega izreka rešite optimizacijsko nalogo (Φ, P, Max) ,

$$P(x, y) = 2x + 3y$$

$$\Phi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9 \wedge y \geq x^2 - 2x \wedge x \leq 2\}$$

Ne pozabite preveriti vseh pogojev KKT izreka.

4. Rešite problem linearne programiranja (Φ, P, Min) s kriterijsko funkcijo

$$P(x, y, z) = x + 2y + 6z$$

in območjem $\Phi \subseteq \mathbb{R}^3$, določenim z neenačbami

$$x - 5y + 2z \leq 4$$

$$x + y - 5z \geq 2$$

$$3x + 2y + z \geq 4$$

$$x, y, z \geq 0$$