

# 1. izpit iz OPTIMIZACIJSKIH METOD

14. junij 2010

1. Na terenu je  $n$  taborov Rdečega križa na koordinatah  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , ter  $n$  vasi, ki potrebujejo humanitarno pomoč, na koordinatah  $(a_i, b_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . V vsakem taboru je en zabožnik humanitarne pomoči, vsaki od vasi pa pripada natanko po en tak zabožnik (vsi zabožniki imajo enako vsebino). V taboru 1 se nahaja edini vojaški helikopter, ki lahko prenaša zabožnike, seveda le enega naenkrat. Vojska hoče, da je skupna dolžina letov helikopterja (in s tem skupna poraba goriva) minimalna in na koncu želi, da se helikopter vrne v tabor 1.

- Pokaži in utemelji, da mora biti optimalni razvoz cikla, v katerem obiščemo vsak tabor in vsako vas natanko enkrat in se na koncu vrnemo v tabor 1.
- Formuliraj problem kot optimizacijsko nalogo. Ali gre za kak znan problem na grafih?
- Za dan razvozni cikla dobimo sosednji cikla tako, da izberemo poljubna dva tabora in ju zamenjamo v cikličnem vrstnem redu. Ali je pri tej sosednosti lokalni minimum vedno globalni?
- Poišči optimalno rešitev, če so tabori in vasi na naslednjih koordinatah:
  - Tabori:  $(0, 0)$ ,  $(3, 2)$ ,  $(1, 3)$ .
  - Vasi:  $(2, 2)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(3, 3)$ .

Utemelji, zakaj je to najboljša rešitev.

2. (IŠRM) Dana je konveksna množica  $A \subseteq \mathbb{R}^n$ . Iščejo najdaljšo daljico, ki vsa leži v množici  $A$ .

- Ali je to konveksna optimizacijska naloga?
- Ali je naloga ekvivalentna iskanju maksimuma konveksne funkcije na konveksni množici?

2. (FRI) Pri katerih vrednostih parametra  $a$  je funkcija

$$f(x, y, z) = x^2 + 2ay^2 + 3z^2 - 5xz - yz + 8$$

konveksna na  $\mathbb{R}^2$ ?

3. Dana je podmnožica ravnine

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 4 - y^2 \wedge 2x + y \geq 4 \wedge 2x + 4y \leq 9\}.$$

Poišči točko v množici  $A$ , ki je najbližja koordinatnemu izhodišču. Utemelji, da je rešitev res optimalna.

4. Reši problem linearnega programiranja  $(\Phi, P, \text{Min})$ ,

$$P(x, y, z) = x + y - z$$

območje  $\Phi \subseteq \mathbb{R}^3$  pa je določeno z neenačbami

$$3x + 2y - z \leq -1$$

$$x + 3y + z \leq 3$$

$$2x + 3y + z \geq -2$$

$$x, y, z \geq 0$$