Izpit iz OPTIMIZACIJSKIH METOD

20. september 2010

1. Poslovnež Roberto Keš je dobil ponudbo za ugodno investicijsko shemo. Vsak mesec lahko naloži poljubno količino denarja (recimo X evrov). Če naslednji mesec naložbo dopolni še z $\frac{X}{2}$ evri, bo še en mesec kasneje dobil iz sheme $2X$ evrov. V nasprotnem primeru izgubi celoten prvotni vložek. Velikost naložbe X je lahko vsak mesec drugačna. Vsak mesec lahko nekaj denarja porabi za dopolnilo prejšnje naložbe, nekaj pa ponovno naloži. Dobičke lahko že isti mesec ponovno uporabi za naložbe ali dopolnila. Prvi krog naložb poteka v januarju, zadnji pa v maju; zato se prvi dobički izplačajo v marcu, zadnji pa v juliju.

   Roberto se je zagrel za ugodno poslovno priložnost, potrebuje pa strategijo kako najugodneje nalagati denar. Sestavi linearni program, ki mu bo pomagal izračunati koliko denarja naj naloži vsak mesec, če ima v januarju na voljo 100.000 evrov za investiranje. Upoštevaj, da Roberto nikoli ne bo naložil denarja, če ne bo vedel, da bo naslednji mesec imel dovolj denarja, da naložbo dopolni še s polovico. Od denarja, ki ni naložen, Roberto ne prejema nikakršnih obresti.

2. Na ravnini je dana elipsa A s polosmi a in b ter točka $T = (c, d)$. Iščemo točko v elipsi A, ki je najbližja točki T. Za osvežitev spomina: elipsa je karakterizirana z neenačbo

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}$$

   (a) Formuliraj kot optimizacijsko nalogo.

   (b) (IŠRM) Poišči po Lagrangeu prirejeno nalogo. Ali sta nalogi dualni?

   (b) (FRI) Reši optimizacijsko nalogo za primer $a = b = 1$ (t.j. elipsa je enotski krog).

3. Reši optimizacijsko nalogo (Φ, P, Min),

$$P(x, y) = x + y$$

$$\Phi = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, y \geq x^2 + 1 \wedge x + y \leq 3 \wedge y \leq x + 3 \right\}.$$

4. Z uporabo metode simpleksov reši problem linearnega programiranja (Φ, P, Min), kjer je

$$P(x, y, z) = x - y + 3z$$

   območje Φ pa je določeno z neenačbami

$$\begin{aligned} x + y - 2z &\geq 3 \\ x + y + 2z &\leq 4 \\ z - x &\leq 3 \\ x, y, z &\geq 0 \end{aligned}$$