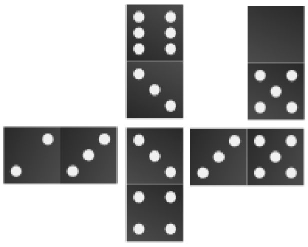
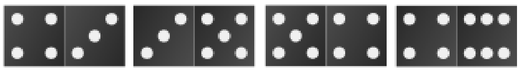
Izpit iz OPTIMIZACIJSKIH METOD

20. september 2012

1. Domina je ploščica z dvema poljema, na vsakem od katerih je od 0 do 6 pik (hitro lahko preverite, da je različnih domin 28). Pri igri "domine" igralca izmenično zlagata domine tako, da vedno priložita polje z določenim številom pik k že ležečemu polju z enakim številom pik. K vsakemu polju je mogoče priložiti največ tri domine, kot vidimo na sliki.



   V tej nalogi je cilj še enostavnejši: na voljo je n_{00} domin z 0 pikami na obeh poljih, n_{01} domin z 0 in 1 pikami, n_{02} domin z 0 in 2 pikami,..., n_{66} domin s po 6 pikami na obeh poljih. Koliko je dolžina najdaljše verige, ki jo je mogoče sestaviti? (Veriga je zaporedje domin v ravni vrsti, kot prikazuje naslednja slika.)



   (a) Zapišite kot optimizacijsko nalogo.

   (b) Izračunajte optimalno vrednost kriterijske funkcije. (Če ne znate v splošnem, rešite vsaj za primer, ko je na voljo natanko vseh 28 različnih domin.)

2. Na ravnini je dana točka T s koordinatami (a, b). V kvadratu

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, 0 \le x \le 1 \wedge 0 \le y \le 1\right\}$$

   iščemo tako točko, da je kvadrat razdalje do T najmanjši. Formuliraje kot optimizacijsko nalogo in poiščite po Lagrangeu prirejeno nalogo. Ali sta nalogi dualni?

3. Rešite optimizacijsko nalogo (Φ, P, Min),

$$P(x, y) = x + 2y$$

$$\Phi = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, y \ge x^2 + 1 \wedge x + y \le 3 \wedge y \le x + 3\right\}.$$

   Utemeljite, zakaj je najdena rešitev res optimalna.

4. Z uporabo metode simpleksov rešite linearno optimizacijsko nalogo (Φ, P, Min),

$$P(x, y, z) = x - 2y - z$$

   Območje Φ je določeno z neenačbami

$$\begin{aligned} 2x + y - z &\le 5 \\ x + y - 3z &\ge 2 \\ x - 2y + 2z &\le 4 \\ x, y, z &\ge 0 \end{aligned}$$