

Rešitve izpita iz verjetnosti in statistike z dne 9. 2. 2007

IŠRM

1. *Prvi način:* ločimo štiri možnosti glede zastopanosti barv: $1 + 1 + 1 + 1$, $1 + 1 + 1 + 2$, $1 + 1 + 2 + 2$ in $1 + 1 + 1 + 3$. Glede na to izračunamo:

$$P = \frac{1}{\binom{54}{6}} \left[8^4 \cdot \binom{22}{2} + 4 \cdot 8^3 \cdot \binom{8}{2} \cdot 22 + \binom{4}{2} \cdot 8^2 \cdot \binom{8}{2}^2 + 4 \cdot 8^3 \cdot \binom{8}{3} \right] \doteq 0.1016$$

Drugi način: Označimo z A dogodek, da v talonu ni pika, z B , da ni križa, s C , da ni srca, in z D , da ni kare. Tedaj lahko naš dogodek zapišemo kot $(A \cup B \cup C \cup D)^c$, kar lahko izračunamo s pomočjo načela vključitev in izključitev. Dobimo:

$$P = 1 - \binom{4}{1} \frac{\binom{46}{6}}{\binom{54}{6}} + \binom{4}{2} \frac{\binom{38}{6}}{\binom{54}{6}} - \binom{4}{3} \frac{\binom{30}{6}}{\binom{54}{6}} + \binom{4}{4} \frac{\binom{22}{6}}{\binom{54}{6}}$$

2. Naj bo X čas, ki mine od Jožetovega prihoda na postajo do prihoda prvega avtobusa prve proge, Y pa čas do prihoda prvega avtobusa druge proge. Očitno sta X in Y neodvisni, X je porazdeljena enakomerno na $[0, 7]$, Y pa enakomerno na $[0, 10]$. Velja še $T = f(X, Y)$, kjer je:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + 30 & ; x \leq y \\ y + 35 & ; x > y \end{cases}$$

Torej je:

$$E(T) = \frac{1}{70} \left[\int_0^7 (10 - x)(x + 30) dx + \int_0^7 (7 - y)(y + 35) dy \right] = \frac{1033}{30} \doteq 34.43$$

oziroma 34 minut in 26 sekund.

3. Ker lahko slučajno spremenljivko N zapišemo kot vsoto veliko dovolj lepih neodvisnih in enako porazdeljenih slučajnih spremenljivk (npr. 2500 slučajnih spremenljivk, porazdeljenih po Poissonu $\text{Poi}(1)$), je N porazdeljena približno normalno $N(\mu, \sigma)$, kjer je $\mu = E(N)$ in $\sigma^2 = D(N)$. Za našo Poissonovo porazdelitev je znano, da je $E(N) = D(N) = 2500$, torej postavimo $\mu = 2500$ in $\sigma = 50$. Tako velja:

$$P(N < 2400) \approx \frac{1}{2} - \Phi \left(\frac{2399.5 - 2500}{50} \right) \doteq 0.02222$$

Rezultat, dobljen brez uporabe približnih obrazcev: 0.02167.

4. Od podatkov v resnici potrebujemo le njihovo število. Rezultat:

$$\beta = 2\Phi \left(\frac{5\sqrt{10}}{10} \right) \doteq 0.8862$$