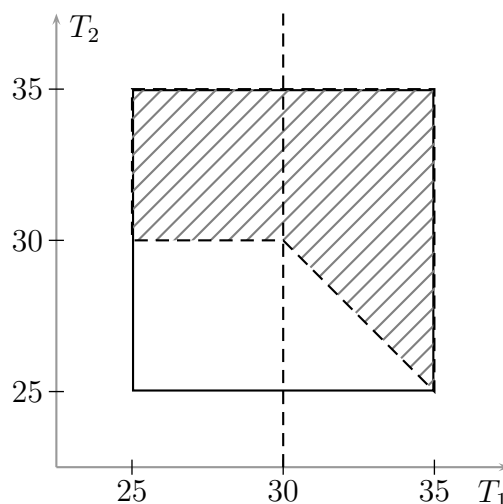


# Rešitve izpita iz verjetnosti in statistike z dne 12. 2. 2009

IŠRM

1. a) Označimo s  $T_1$  čas, ki ga je profesor porabil za prvega, s  $T_2$  pa čas, ki ga je porabil za drugega kandidata. Območje, ko mora tretji kandidat čakati, je prikazano na sliki:



Ker sta  $T_1$  in  $T_2$  neodvisni in porazdeljeni enakomerno, je tudi slučajni vektor  $(T_1, T_2)$  porazdeljen enakomerno po kvadratu na sliki. Zato je verjetnost iskanega dogodka kar kvocient ploščin, ki je enak  $5/8$ .

b) Iskana pogojna verjetnost je razmerje med ploščino označenega območja desno od črtkane črte in ploščino celotnega označenega območja. Le-to je enako  $3/5$ .

2. Velja  $S = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ , kjer je:

$$X_i = \begin{cases} 1 & , \text{ če je } i\text{-ti igralec dobil natanko dva pika} \\ 0 & , \text{ sicer} \end{cases} .$$

Nadalje je:

$$E(X_i) = P(i\text{-ti igralec dobi natanko dva pika}) = \frac{\binom{8}{2} \binom{24}{2}}{\binom{32}{4}} = \frac{\binom{4}{2} \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} = \frac{966}{4495} \doteq 0.215$$

$$\text{in } E(S) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) + E(X_4) = \frac{3864}{4495} \doteq 0.860.$$

**Opomba.** Dosti težje je iskano matematično upanje izračunati iz porazdelitve slučajne spremenljivke  $S$ , ki je enaka:

$$\left( \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{100247}{292175} & \frac{137184}{292175} & \frac{50292}{292175} & \frac{4416}{292175} & \frac{36}{292175} \end{array} \right)$$

oziroma:

$$\left( \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.3431 & 0.4695 & 0.1721 & 0.01511 & 0.0001232 \end{array} \right) .$$

3. Označimo  $S := X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{300}^2$ . Ker je  $S$  vsota velikega števila neodvisnih dovolj lepih slučajnih spremenljivk, je porazdeljena približno normalno z ustreznim matematičnim upanjem in disperzijo. Iz  $E(X_i^2) = 1/3$  in  $D(X_i^2) = 4/45$  izračunamo  $E(S) = 100$  in  $D(S) = 80/3$ , torej je približno  $S \sim N(100, \sqrt{80/3}) \doteq N(100, 5.164)$ . Sledi:

$$P(S < 95) \approx \Phi\left(\frac{95 - 100}{5.164}\right) + \frac{1}{2} \doteq 0.1665.$$

4.  $\bar{X} = 45.51$ ,  $s \doteq 3.710$ ,  $df = 74$ ,  $c \doteq 1.992$ .  
Interval zaupanja:  $44.65 \leq \mu \leq 46.36$ .