

2. kolokvij iz verjetnosti in statistike

IŠRM

23. januar 2009

1. Dani sta neodvisni slučajni spremenljivki X in Y , pri čemer je X porazdeljena standardno normalno, Y pa enakomerno na intervalu $[0, 1]$. Določite porazdelitev slučajne spremenljivke $Z := X/Y$.
2. Slučajne spremenljivke X_1, X_2, \dots, X_{500} so neodvisne s porazdelitvijo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}.$$

Označimo z S njihovo vsoto. Približno izračunajte $P(S < 950)$.

3. Statistična spremenljivka na neki populaciji je porazdeljena eksponentno z gostoto:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} e^{-x/a} & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases},$$

kjer je $a > 0$ neznan parameter. Iz populacije vzamemo vzorec neodvisnih enot. Vrednosti dane statistične spremenljivke na njih označimo z X_1, X_2, \dots, X_n . Oglejmo si skupino cenilk parametra a oblike:

$$\hat{a}(k) := k(X_1 + X_2 + \dots + X_n),$$

kjer je k konstanta, odvisna le od velikosti vzorca.

- a) Dokažite, da je možno parameter k določiti tako, da je $\hat{a}(k)$ nepristranska cenilka parametra a .
- b) Dokažite, da je možno parameter k določiti tudi tako, da je srednja kvadratična napaka $q(\hat{a}(k)) := E[(\hat{a}(k) - a)^2]$ najmanjša možna.

Dobljena rezultata na kratko pokomentirajte.

4. Neka količina je na prvi populaciji porazdeljena normalno $N(\mu_1, \sigma)$, na drugi pa normalno $N(\mu_2, \sigma)$. Meritve na vzorcu iz prve populacije dajo naslednje vrednosti:

$$52, 54, 55, 49, 51, 53, 52, 50,$$

na vzorcu iz druge populacije pa vrednosti:

$$52, 50, 50, 51, 53, 48, 49, 46, 48, 48.$$

Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte hipotezo, da je $\mu_1 = \mu_2$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu_1 \neq \mu_2$.