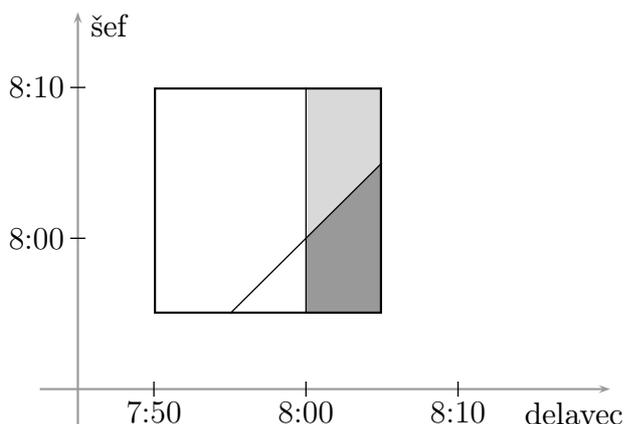


Rešitve izpita iz verjetnosti in statistike z dne 30. 5. 2011

IŠRM

1. Verjetnostni prostor lahko prikažemo na naslednji sliki:



Označimo z A dogodek, da delavec pride po 8. uri, z B pa dogodek, da šef pride pred delavcem. Tedaj je s temnosivo barvo označen dogodek $A \cap B$. Velja:

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6},$$

iskana verjetnost pa je enaka:

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2}.$$

2. $D(X) = D(Y) = \frac{1}{12}, \quad K(X, Y) = \frac{1}{24},$

$$D(3X - Y) = 9D(X) - 6K(X, Y) + D(Y) = \frac{7}{12}.$$

3. Ker sumand X_1 izstopa, ga moramo obravnavati posebej. Če z S' označimo vsoto preostalih, t. j. $S' = X_2 + X_3 + \dots + X_{100}$, velja:

$$\begin{aligned} P(S < 40) &= P(X_1 = -1) P(S < 40 | X_1 = -1) + P(X_1 = 1) P(S < 40 | X_1 = 1) = \\ &= \frac{1}{3} P(S' < 50) + \frac{2}{3} P(S' < 30). \end{aligned}$$

Ker slučajna spremenljivka S' zavzame vrednosti na lihih številih, meji za S' v zgornji formuli ležita točno na sredini med zaporednima vrednostma, kar je v povprečju najprimernejše za normalno aproksimacijo. Iz:

$$E(X_i) = \frac{1}{3}, \quad D(X_i) = \frac{8}{9}; \quad E(S') = 33, \quad D(S') = 88$$

dobimo:

$$P(S < 40) \approx \frac{1}{3} \left[\Phi \left(\frac{50 - 33}{\sqrt{88}} \right) + \frac{1}{2} \right] + \frac{2}{3} \left[\Phi \left(\frac{30 - 33}{\sqrt{88}} \right) + \frac{1}{2} \right] \doteq 0.57138.$$

Točen rezultat: 0.5695804.

Opomba. Če bi centralni limitni izrek uporabili neposredno na S , bi dobili približek 0.692, kar precej odstopa od prave vrednosti.

4. $\bar{X} = 75$, $s \doteq 3.742$, $df = 8$, $\chi_{0.025}^2 \doteq 2.18$, $\chi_{0.975}^2 \doteq 17.5$.
Interval zaupanja: $2.52 < \sigma < 7.17$.