

Rešitve izpita iz verjetnosti in statistike z dne 12. 9. 2007

IŠRM

1.
$$\frac{0.3 \cdot 0.6 \cdot 0.5 + 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 0.3 \cdot 0.1}{0.3 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 0.8 + 0.5 \cdot 0.3} \doteq 0.410.$$

2. Označimo z X čas v minutah, ki mine od trenutka, ko Marta pripelje pred cestno zaporo, do trenutka, ko se bo na semaforju naslednjič prižgala zelena luč (če torej Marta naleti na rdečo luč, se X giblje med 0 in 5, če naleti na zeleno luč, pa med 5 in 7). Tedaj velja:

$$T = \begin{cases} 27 + X & ; 0 < X \leq 3 \\ 90 & ; 3 < X \leq 5 \\ 27 & ; 5 < X \leq 7 \end{cases}$$

(enakosti v neenačajih lahko postavimo precej poljubno). Ker je slučajna spremenljivka X porazdeljena enakomerno na intervalu od 0 do 7, velja:

$$E(T) = \frac{1}{7} \int_0^3 (27 + x) dx + \frac{2}{7} \cdot 90 + \frac{2}{7} \cdot 27 = \frac{639}{14} \doteq 45.64.$$

3. Velja $p_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) p(z-x) dx$.

Meje dobimo iz pogojev $0 < x < 1$, $0 \leq z-x \leq 1$.

Za $0 \leq z \leq 1$ dobimo $p_Z(z) = 4 \int_0^z x(z-x) dx = \frac{2z^3}{3}$.

Za $1 \leq z \leq 2$ dobimo $p_Z(z) = 4 \int_{z-1}^1 x(z-x) dx = \frac{-8 + 12z - 2z^3}{3}$.

Torej je:

$$p_Z(z) = \begin{cases} 2z^3/3 & ; 0 \leq z \leq 1 \\ (-8 + 12z - 2z^3)/3 & ; 1 \leq z \leq 2 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}.$$

4. $\bar{X} = 51$, $s \doteq 2.138$, $df = 7$, $c_1 \doteq 0.989$, $c_2 \doteq 20.3$.

Interval zaupanja: $1.26 \leq \sigma \leq 5.69$.