

Izpit iz verjetnosti in statistike

IŠRM

15. september 2009

1. Deset deklet, med njimi Andreja, Barbara in Cirila, in deset fantov, med njimi Klemen, Luka in Matej, gredo plesat. Andreji sta všeč Klemen in Matej, Barbari in Cirili pa Klemen in Luka (oba obema). Luki sta všeč Andreja in Barbara, Mateju pa Andreja in Cirila.

Izbirajo dekleta – najprej Andreja, nato Barbara, nato Cirila, nato ostale. Posamezno dekle izbere fanta, ki ji je všeč in je še ostal – če sta dva, oba z enako verjetnostjo. Če ni ostal noben fant, ki ji je všeč, pa izbere enega od preostalih, vse z enako verjetnostjo.

Recimo, da Luka pleše z dekletom, ki mu je všeč. Kolikšna je pogojna verjetnost, da tudi Matej pleše z dekletom, ki mu je všeč?

2. Dvojčka Budimir in Kazimir se zbudita enkrat med polnočjo in 4. uro zjutraj, neodvisno drug od drugega in z enakomerno porazdelitvijo. Posamezen dvojček ostane buden še eno uro po tistem, ko se zbudi, pri čemer staršem ne da spati. Naj bo T čas spanca, ki ga dvojčka ukradeta staršem (če se zbudita ob istem času, jim ukradeta eno uro; če se zbudita več kot uro narazen, jim ukradeta dve uri). Izračunajte $E(T)$.
3. Slučajne spremenljivke Z_1, \dots, Z_{100} naj bodo porazdeljene standardno normalno, slučajne spremenljivke U_1, \dots, U_{100} pa naj bodo porazdeljene enakomerno na $\{1, 2\}$. Vse omenjene slučajne spremenljivke naj bodo neodvisne.

a) Definirajmo $X_i := Z_i U_i$. Izračunajte $D(X_i)$.

b) Naj bo $S := X_1 + X_2 + \dots + X_{100}$. Približno izračunajte $P(S > 7)$.

4. Rezultati nekega kolokvija, pri katerih je zraven pripisan spol, so naslednji:

63	Ž
56	Ž
65	Ž
78	Ž
32	M

25	Ž
57	M
42	M
55	Ž
57	Ž

13	Ž
66	M
60	Ž
37	Ž
62	Ž

73	Ž
49	Ž
64	Ž
65	M

Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte hipotezo, da so moški in ženske enako dobri, proti alternativni hipotezi, da niso enako dobri.